COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 FÉVRIER 1890,

PRÉSIDENCE DE M. HERMITE.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur les noyaux de la grande comète* II *de* 1882. Note de M. F. Tisserand.

« I. Découverte dans les premiers jours de septembre, cette magnifique comète devint bientôt visible en plein jour, à l'œil nu, près du Soleil. Elle est remarquable par sa très petite distance périhélie (un peu plus d'une fois et demie le rayon du Soleil) qui la rapproche des grandes comètes de 1843 et 1880, avec lesquelles son orbite présente d'ailleurs d'autres points de ressemblance. Mais je veux m'occuper ici surtout des apparences curieuses qu'a présentées son noyau. Rond et très petit dans le voisinage du périhélie, quand les astronomes du Cap le voient en contact avec le disque du Soleil, il s'allonge dès le 22 septembre; le 30, Finlay

y distingue deux points plus brillants. Plus tard, on en compte jusqu'à cinq, qui resteront toujours rangés en ligne droite. Ainsi, dans la tête de la comète, la matière n'est pas distribuée d'une manière uniforme; il existe plusieurs centres de condensation avec des diamètres apparents de 1″ ou 2″. Leurs distances mutuelles changent avec le temps, mais ces noyaux partiels demeurent constamment sur une même droite qui tourne progressivement autour du noyau principal.

» II. Il y a là des conditions spéciales pour le développement des noyaux secondaires. Je me propose de démontrer qu'on peut s'en rendre compte d'une manière simple, en faisant abstraction des attractions mutuelles qui sont certainement très petites, et considérant les divers noyaux comme de petites comètes soumises seulement à l'attraction du Soleil, se mouvant sur des ellipses fort allongées, ayant un même périhélie où elles passent presque en même temps et des grands axes différents, mais dirigés suivant la même droite. Près du périhélie les mobiles sont très rapprochés et enveloppés par une nébulosité assez dense; on ne voit que l'ensemble, sans pouvoir distinguer les détails. Cela devient possible plus tard, quand les centres de condensation se sont séparés de quantités notables et que le reste de la nébulosité s'est affaibli en se répandant sur une surface plus étendue. J'ai pris pour base de mon travail un Mémoire très complet de M. H. Kreutz ([1]). Je désignerai avec cet auteur les noyaux par les chiffres 1, 2, 3, 4, 5; 2 est le plus brillant; c'est à lui que se rapporte l'orbite calculée; 3 vient ensuite avec un éclat peu différent, puis 4, et enfin 1 et 5 qui sont très faibles et dont on a peu d'observations. La droite 1-5 est supposée située dans le plan de l'orbite de 2, et fait avec le prolongement du rayon vecteur mené de 2 au Soleil, en sens contraire du mouvement de la comète, un angle aigu γ qui, dans l'intervalle des observations, diminue constamment de 21° à 9°. 1 est le point le plus voisin du Soleil; les autres suivent dans l'ordre des chiffres, 5 étant le plus éloigné, par conséquent du côté de la queue.

» III. Soient r et v les coordonnées polaires héliocentriques de 2 (rayon vecteur et anomalie vraie), $r + \delta r$, $v + \delta v$ celles de l'un quelconque des autres noyaux, 3 par exemple. On aura, en supposant que les éléments q et T (distance périhélie et temps du passage au périhélie) soient

---

([1]) *Untersuchungen über das Cometensystem* 1843 I, 1880 I und 1882 II, I Theil. Kiel, 1888.

les mêmes pour tous les noyaux et que l'excentricité e varie seule de l'un à l'autre, de petites quantités que nous représenterons généralement par δe,

$$(1) \qquad \delta r = \frac{\partial r}{\partial e}\delta e, \qquad \delta v = \frac{\partial v}{\partial e}\delta e.$$

» Un triangle infinitésimal que l'on aperçoit immédiatement donne

$$(2) \qquad \tan\!g\,\gamma = -\frac{r\,\delta v}{\delta r} = -\frac{r\dfrac{\partial v}{\partial e}}{\dfrac{\partial r}{\partial e}}.$$

δe a disparu de cette expression; γ est donc le même pour les divers noyaux qui resteront bien toujours en ligne droite. Il est vrai que le même raisonnement s'appliquerait encore si l'on faisait varier l'un des autres éléments T ou q au lieu de e; mais on ne représenterait pas ainsi les observations comme nous allons le faire. Nous nous occuperons d'abord des noyaux 2 et 3 qui ont été observés beaucoup plus souvent que les autres. On peut déduire des observations les distances angulaires s des noyaux 2 et 3 vers la Terre, et les valeurs de γ [ce sont les angles $(u - u_0)_c$ du Tableau de M. Kreutz, pages 91 et 92 de son Mémoire; ils ne résultent pas immédiatement des observations, mais s'en déduisent par des calculs faciles].

				s.	γ.
				"	"
(A)	1882.	Octobre	3,26	»	21,4
	»	»	21,26	11,0	16,2
	»	Novembre	3,26	15,5	13,4
	»	»	19,26	20,3	11,9
	»	Décembre	3,26	23,0	13,9
	»	»	28,26	26,0	9,5
	1883.	Janvier	31,26	35,0	9,1

» On a d'ailleurs, d'après M. Kreutz,

$$\log q = \bar{3},8893666, \qquad e = 0,9999078, \qquad \text{révolut.} = 772^{\text{ans}},$$
$$T = 1882, \text{ sept. } 17,26, \qquad \ldots.$$

» On peut prendre ensuite avec une précision suffisante (Oppolzer,

Bahnbestimmung, t. II, p. 401) :

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial r}{\partial e} = \dfrac{1}{8}\sin^2 v\left[2 + \theta + \operatorname{tang}^2\dfrac{1}{2}v + \left(\dfrac{1}{5} - \dfrac{3}{35}\theta\right)\operatorname{tang}^4\dfrac{1}{2}v\right], \\ \dfrac{\partial v}{\partial e} = -\dfrac{1}{4}\sin v\cos^2\dfrac{1}{2}v\left[-1 + \left(1 + \dfrac{4}{5}\theta\right)\operatorname{tang}^2\dfrac{1}{2}v \right. \\ \qquad\qquad \left. + \left(\dfrac{4}{5} - \dfrac{4}{35}\theta\right)\operatorname{tang}^4\dfrac{1}{2}v\right], \\ \theta = \dfrac{1-e}{1+e}\operatorname{tang}^2\dfrac{1}{2}v. \end{cases}$$

» On trouve aisément, pour les époques considérées,

	$\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial e}$.	$\frac{\partial v}{\partial e}$.
(B)	+ 9,12	− 3,73
	+ 15,04	− 4,83
	+ 18,64	− 5,40
	+ 22,66	− 5,97
	+ 25,90	− 6,39
	+ 31,25	− 7,03
	+ 37,87	− 7,75

» Il en résulte pour γ, par la formule (2), des valeurs γ_c, que nous transcrivons ci-dessous.

	γ_c.	γ_0.	$\gamma_c - \gamma_0$.
(C)	22°,2	21°,4	+ 0°,8
	17,8	16,2	+ 1,6
	15,8	13,4	+ 2,4
	14,7	11,9	+ 2,8
	13,9	13,9	0,0
	12,7	9,5	+ 3,2
	11,6	9,1	+ 2,5

» L'accord est satisfaisant. Si l'on prend en effet les valeurs isolées de γ_c (p. 88-91 du Mémoire de M. Kreutz), on pourra se convaincre que les observations sont sujettes, comme il était facile de s'y attendre, à des erreurs assez notables, et qu'en somme nos valeurs de γ_c y satisfont presque aussi bien que les valeurs pondérées employées pour γ_0. Cependant, la série des signes + des résidus (C) est systématique ; on la fera disparaître facilement par la plus légère modification apportée à l'un des éléments q et ϖ. Nous reviendrons bientôt sur ce point avec détail dans le *Bulletin astronomique*.

» IV. Le triangle infinitésimal considéré plus haut donne encore

$$\frac{\partial r}{\cos\gamma} = (2\text{-}3);$$

on a, d'ailleurs,

$$(2\text{-}3) = \frac{\Delta \sin s}{n_c},$$

où Δ désigne la distance de la comète à la Terre, et n_c un facteur numérique réduit en Table par M. Kreutz (p. 91). Il en résulte

$$s = \frac{r n_c}{\Delta \cos\gamma} \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial e} \frac{\partial e}{\sin 1''}.$$

» En remplaçant s et $\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial e}$ par leurs valeurs (A) et (B), on obtient les équations suivantes

$$(\text{D}) \quad \left\{ \begin{array}{ll} 11'',0 = 6,07 \dfrac{\partial e}{\sin 1''} & \quad + 1'',0 \\ 15,5 = 9,12 & \quad + 0,4 \\ 20,3 = 12,28 & \quad 0,0 \\ 23,0 = 13,95 & \quad - 0,1 \\ 26,0 = 16,70 & \quad - 1,6 \\ 35,0 = 21,00 & \quad + 0,3 \end{array} \right. \qquad \text{Résidus.}$$

On en tire

$$\frac{\partial e}{\sin 1''} = 1'',653.$$

Les résidus sont parfaitement acceptables, et c'est une seconde preuve en faveur de notre hypothèse.

» V. Passons au noyau 4. On a les observations suivantes des distances 2-3 et 3-4 :

	2-3.	3-4.	$\frac{3\text{-}4}{2\text{-}3}$.
Novembre 3........	14'',65	9'',3	0,635
» 6........	16,5	10,2	0,618
» 19........	20,3	12,7	0,626
Février 27..........	34,6	22,3	0,645

Pour le 3 novembre, on a pris la moyenne de deux observations. On a déduit des nombres ci-dessus les valeurs du rapport $\frac{3\text{-}4}{2\text{-}3}$; cette quantité est restée, comme on voit, sensiblement constante et égale à 0,631. On trouvera donc la trajectoire du noyau 4 en conservant les éléments T et q de 2,

et augmentant l'excentricité de $1,631\,\delta e$, δe correspondant au noyau 3. On obtient ainsi, pour les noyaux 2, 3 et 4, les excentricités suivantes :

$$0,9999078, \quad 0,9999158, \quad 0,9999209.$$

Si l'on adopte 772 ans pour durée de révolution du noyau principal, on trouve 885 ans et 972 ans pour les noyaux 3 et 4. On voit donc que la comète primitive de 1882 se trouve maintenant remplacée par trois autres de périodes différentes.

» Les observations du noyau 1 sont peu nombreuses et ne semblent pas devoir fournir des résultats concordants avec celles de 2, 3 et 4. Ainsi elles donnent en novembre $1\text{-}2 < 2\text{-}3$, et c'est l'inverse qui a lieu en février; peut-être n'a-t-on pas observé la même condensation dans les deux cas. Il est regrettable que nous ne puissions pas tirer de conclusion pour le noyau 1; car, étant plus voisin du Soleil que 2, il a dû donner naissance à une autre comète à période plus courte. Outre les fragments du noyau, dans lesquels nous voulons voir déjà de petites comètes indépendantes, les observations ont montré autour de la comète principale plusieurs nébulosités qui en étaient nettement séparées, et l'accompagnaient néanmoins dans des orbites voisines, comme le calcul l'a montré pour l'une d'elles. Tous ces corps, fragments du noyau, comètes secondaires, vont augmenter le groupe formé par les comètes de 1843, 1880 et 1882, groupe dont nous ne connaissons encore, probablement, qu'une partie des membres.

» VI. La grande comète de 1882 portait donc en elle des germes profonds de division. A quelle cause les attribuer? La réponse n'est pas facile à donner. Il est impossible cependant de ne pas penser à la très petite distance à laquelle la comète a passé du Soleil, et à la vitesse énorme qu'elle possédait alors. Il suffirait, pour obtenir $\delta e = 0,0000131$, d'une variation relative quatre fois plus petite, environ $\frac{1}{300000}$, dans la grandeur de la vitesse périhélie. Cette variation minime peut être produite par des actions intérieures, chocs, attractions mutuelles, explosions provenant d'un développement excessif de chaleur, rotation du noyau, etc.; nous ne pouvons, en l'état, rien préciser.

» Les éléments des grandes comètes de 1843, 1880 et 1882 présentent de grands points de ressemblance; pour les deux premières, notamment, Ω, i, ϖ et q ont des valeurs très voisines. C'est surtout la différence des excentricités qui est la cause des révolutions très différentes (533 ans et 37 ans). En songeant à ce qui s'est passé pour les noyaux de la comète de

1882, on serait porté à penser, mais c'est une simple conjecture, que la comète de 1880 pourrait être un fragment de celle de 1843. On comprendrait dès lors qu'on n'ait pas abouti dans la recherche des apparitions antérieures de la comète de 1880. Le malheur est, pour cette supposition, qu'on n'a pas aperçu de fragment dans la comète de 1843. Cependant je vois dans les descriptions qui la concernent que le noyau présentait des scintillements, et qu'il y eut une queue secondaire qui devint, à un moment donné, plus longue que la queue principale, et qui sembla plus tard en être complètement détachée. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les racines d'une équation algébrique.* Note de M. A. CAYLEY.

« Je reprends la théorie des racines de l'équation $f(u) = 0$; au lieu de la surface $c - z = P^2 + Q^2$, il convient de considérer la surface $(c - z)^2 = P^2 + Q^2$, en faisant attention seulement aux valeurs de z positives et pas plus grandes que c. La théorie est très peu changée; les contours sont les mêmes qu'auparavant, mais ils appartiennent à des altitudes différentes; et, au lieu de maxima $z = c$ pour $P = 0$, $Q = 0$, on a des points coniques, c'est-à-dire, dans l'île montagneuse, au lieu d'un sommet arrondi de montagne, on a un cône ou un pic.

» Mais avec la nouvelle surface, on construit graphiquement l'approximation de Newton : partant d'une valeur réelle ou imaginaire approximative u, on obtient la nouvelle valeur

$$u_1 = u + h = u - \frac{f(u)}{f'(u)}.$$

Je représente u par le point (x, y, z) de la surface $(c - z)^2 = P^2 + Q^2$, ou le point (x, y) du plan des sommets $z = c$; et, de même, u_1 par le point (x_1, y_1, z_1) de la surface, ou (x_1, y_1) du plan des sommets : cela étant, si, par le point (x, y, z) de la surface, on mène la droite de plus grande pente (droite tangente à la surface et perpendiculaire au contour), cette droite rencontrera le plan des sommets en un point (x_1, y_1), et l'on obtient ainsi le point (x_1, y_1, z_1) de la surface, qui représente la valeur cherchée u_1. En particulier, si les coefficients de $f(u)$ sont réels, on a

$$Q = 0;$$

l'équation $(c - z)^2 = P^2 + Q^2$ devient

$$(c - z)^2 = P^2,$$

c'est-à-dire

$$c - z = \pm P$$

ou enfin

$$c - z = \pm f(x),$$

et la section verticale de l'île est formée par des parties de ces deux courbes symétriques : pour la théorie géométrique, on peut évidemment y substituer la seule courbe $c - z = f(x)$.

» J'ai proposé, il y a plus de dix ans (*Amer. math. Journ.*, t. II, 1879), le problème que je nomme *Newton-Fourier imaginary Problem,* et dans une Note (*Quart. math. Journ.*, t. XVI, 1879), *Application of the Newton-Fourier method to the imaginary root of an equation,* j'ai considéré le cas d'une équation quadratique. Pour l'équation $u^2 - 1 = 0$, on a

$$u_1 = u - \frac{u^2 - 1}{2u} = \frac{1}{2}\left(u + \frac{1}{u}\right);$$

cela donne

$$u_1 - 1 = \frac{1}{2u}(u - 1)^2, \qquad u_1 + 1 = \frac{1}{2u}(u + 1)^2,$$

et de là

$$\frac{u_1 - 1}{u_1 + 1} = \left(\frac{u - 1}{u + 1}\right)^2.$$

» Cette dernière équation a rapport aux deux racines $+1$ et -1, et, quoiqu'elle donne les résultats les plus élégants, cependant, en vue de la théorie générale, il vaut mieux considérer l'équation $u_1 - 1 = \frac{1}{2u}(u - 1)^2$ qui se rapporte à la seule racine $+1$.

» Je remarque d'abord que la formule originale $u_1 = \frac{1}{2}\left(u + \frac{1}{u}\right)$ donne

$$x_1 = \frac{1}{2}x\left(1 + \frac{1}{x^2 + y^2}\right), \qquad y_1 = \frac{1}{2}y\left(1 - \frac{1}{x^2 + y^2}\right);$$

donc les valeurs de x et x_1 seront à la fois positives ou négatives, et ainsi l'on peut ne faire attention qu'aux valeurs positives. Cela étant, nous avons

$$x_1 + iy_1 - 1 = \frac{(x + iy - 1)^2}{2(x + iy)}.$$

Désignons par A le point $(0, 1)$, par B le point $(0, -1)$, par o le point $(0, 0)$; et aussi par P le point (x, y), et de même par P_1 le point (x_1, y_1);

écrivons aussi $x+iy=se^{i\varphi}$, $x+iy-1=re^{i\theta}$, $x_1+iy_1=r_1e^{i\theta}$; l'équation est

$$r_1e^{i\theta_1}=\frac{1}{2}\frac{r^2e^{2i\theta}}{se^{2\varphi}};$$

donc

$$r_1=\frac{1}{2}\frac{r^2}{s}\quad\left(\text{c'est-à-dire } AP_1=\frac{AP^2}{2OP}\right)$$

et

$$\theta_1=2\theta-\varphi\quad(\text{c'est-à-dire } \widehat{AP_1x}=2\widehat{APx}-\widehat{OPx}).$$

Je remarque que, dans la géométrie des vecteurs, la seule équation $AP_1=\frac{AP^2}{2OP}$ dénote l'équation en x_1+iy_1, $x+iy$, c'est-à-dire les deux équations que je viens de trouver.

» Partant d'un point quelconque P, on obtient une suite de points P_1, P_2, P_3, ...; et, si le point P est sur l'axe des y ($x=0$), tous les autres points seront aussi sur l'axe de y, et l'on n'approche ni le point A ni le point B. Mais, si la coordonnée x a une valeur positive si petite que l'on veut, on arrive enfin infiniment près du point A, et l'on peut même (dans un sens qui sera expliqué plus bas, mais qui n'est pas le sens le plus naturel) dire que l'approximation est régulière. En effet, on n'a pas toujours $AP_1 < AP$, et ainsi, dans le sens le plus naturel, l'approximation n'est pas toujours régulière. Pour étudier cela, j'écris $AP_1=AP$; cela donne $AP=2OP$, ou, ce qui est la même chose, $x^2+y^2+\frac{2}{3}x=\frac{1}{3}$, c'est-à-dire que le point P sera situé sur le cercle, centre $x=-\frac{1}{3}$ et rayon $=\frac{2}{3}$; en ne faisant attention qu'aux valeurs positives de x, on a un segment compris entre l'axe des y et un arc par les points $\left(x=0, y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, $\left(x=\frac{1}{3}, y=0\right)$. Si le point P est sur l'arc, on aura $AP_1=AP$; si P est en dedans du segment, alors $AP_1>AP$; si P est en dehors du segment, $AP_1<AP$.

» Mais, en supposant P en dehors du segment, et ainsi $AP_1<AP$, il peut bien arriver que P_1 soit en dedans du segment, et, cela étant, on aura $AP_2>AP_1$, et l'approximation ne sera pas régulière. Mais, en considérant le cercle $x^2+y^2-\frac{2}{3}x=\frac{1}{3}$, lequel est le cercle, centre A et rayon $\frac{2}{3}$, qui touche le segment au point $\left(x=\frac{1}{3}, y=0\right)$, alors, en supposant que le point P soit en dedans de ce cercle, on aura $AP_1<AP$, le point P_1 sera aussi en dedans du cercle, et ainsi en dehors du segment; et les points suc-

cessifs P, P_1, P_2, ... approcheront continuellement le point A; l'approximation sera dans ce cas régulière.

» Il y a ainsi trois régions : le segment, le cercle $x^2+y^2-\frac{2}{3}x=\frac{1}{3}$ et le résidu du demi-plan; on pourrait les nommer régions *noire*, *blanche* et *grise* respectivement. C'est seulement pour un point P à l'intérieur de la région blanche que l'approximation est certainement régulière.

» Nous venons de considérer en effet les cercles qui ont pour centre le point A; $AP_1 < AP$ veut dire que le point P est situé sur un cercle plus grand, et P_1 sur un cercle plus petit; mais, au lieu de ces cercles concentriques, considérons des cercles quelconques qui entourent le point A, sans se couper les uns les autres; et convenons de dire que c'est un bon pas quand on passe du point P sur un cercle plus grand à un point P_1 sur un cercle plus petit : avec cette convention on aura, en général, trois régions, lesquelles cependant ne seront pas les mêmes comme auparavant. En particulier, si nous considérons les cercles $AP = kBP$ (k une constante quelconque plus petite que l'unité), alors il n'y a pas de région noire, ou, si l'on veut, la région noire se réduit à la seule droite $y=0$; donc il n'y a pas non plus de région grise, et le demi-plan entier est région blanche, c'est-à-dire, dans le sens que je viens d'expliquer, l'approximation est toujours régulière. En effet, c'est là la théorie à laquelle on est conduit au moyen de l'équation $\frac{u_1-1}{u_1+1}=\left(\frac{u-1}{u+1}\right)^2$ ci-dessus mentionnée.

» En parlant de cercles, j'ai fait une restriction qui n'est nullement nécessaire; j'aurais pu parler d'ovales, de forme quelconque, qui entourent le point A sans se couper les uns les autres.

» J'espère appliquer cette théorie au cas d'une équation cubique, mais les calculs sont beaucoup plus difficiles. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section de Mécanique, en remplacement de feu M. *Broch*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 45,

M. Gilbert obtient . . . . 24 suffrages.
M. Amsler » . . . . 21 »

M. Gilbert, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui doit être présentée à M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie, pour la Chaire de Chimie générale dans ses rapports avec l'Industrie, vacante au Conservatoire des Arts et Métiers.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du premier candidat, le nombre des votants étant 43,

M. Jungfleisch obtient. . . . . 38 suffrages.
M. Riban » . . . . 5 »

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du second candidat, le nombre des votants étant 40,

M. Riban obtient . . . . 29 suffrages.
M. Guignet » . . . . 11 »

En conséquence, la liste présentée par l'Académie à M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie comprendra :

En première ligne . . . . M. **Jungfleisch**.
En seconde ligne . . . . M. **Riban**.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. G. **Boyer** soumet au jugement de l'Académie un Atlas orogéologique du département du Doubs.

L'Atlas et la Note qui l'accompagne sont renvoyés à l'examen de la Section de Minéralogie et Géologie.

M. **Jules Peroche** adresse une Note sur « les climats terrestres dans les temps géologiques ».

(Commissaires : MM. Daubrée, Des Cloizeaux, Fouqué.)

M. J. **Léotard** adresse une Note sur « le climat de Marseille ».

(Commissaires : MM. Cornu, Mascart, H. Becquerel.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. *Melchior Neumayr*, professeur de Paléontologie à l'Université de Vienne, qu'une mort prématurée et à jamais regrettable a enlevé à la Science le 29 janvier.

M. Neumayr, le gendre et le collègue de notre illustre Correspondant M. Suess, avait pris part à ses travaux. On doit surtout rappeler, parmi les publications de l'éminent géologue, son beau Livre intitulé *Erdgeschichte*, où les vues originales et profondes de l'Ouvrage capital de M. Suess, *Antlitz der Erde*, ont été exposées et développées avec le plus grand talent.

M. **Sebert** prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats à la place laissée vacante, dans la Section de Mécanique, par le décès de M. *Phillips*.

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un Ouvrage de M. *H. Pellat*, ayant pour titre : « Leçons sur l'Électricité (Électrostatique, pile, électricité atmosphérique) faites à la Sorbonne en 1888-1889 ».

GÉOMÉTRIE CINÉMATIQUE. — *Sur un mode de transformation en Géométrie cinématique*. Note de M. **A. Mannheim**.

« Jusqu'à présent on ne connaissait pas de mode de transformation applicable en Géométrie cinématique, car il ne faut pas songer à faire usage des procédés de transformation ordinairement employés en Géométrie : il est bien clair, en effet, qu'à une figure de forme invariable prise dans différentes positions, ne correspondent pas, en général, des figures de forme invariable.

» Les propriétés relatives aux déplacements des points d'une droite et celles qui concernent des faisceaux de plans de grandeur invariable ont été étudiées séparément. Elles présentent des analogies (1) très grandes

(1) Voir ma Communication au Congrès de Lyon (1873), intitulée : *Quelques théo-*

que j'ai déjà eu l'occasion de signaler et qui m'ont fait penser qu'il devait y avoir un procédé de transformation permettant de passer des unes aux autres.

» C'est un pareil procédé, dont on n'avait pas encore d'exemple, que je vais faire connaître aujourd'hui en l'appliquant à quelques théorèmes.

» Prenons d'abord ce théorème qui est bien connu :

» Théorème I. — *Une droite* D *se déplace de façon que trois de ses points* a, b, c *restent respectivement sur des sphères dont les centres* α, β, γ *appartiennent à une droite* O; *les autres points de* D *se déplacent aussi sur des sphères dont les centres sont sur* O (¹).

» De chacun des points α, β, γ, comme centres, décrivons une sphère. Ces trois sphères fixes, je les désigne par (F). Du point a décrivons une sphère tangente à la sphère de centre α; de même pour b et c. Appelons (M) ces nouvelles sphères que je suppose de grandeur invariable.

» Pendant le déplacement de D, les sphères (M) entraînées restent respectivement tangentes aux sphères fixes (F). Comme pendant le déplacement de D un point arbitraire l de cette droite reste sur une sphère, dont le centre λ est sur O, une sphère de grandeur invariable, dont le centre est l et entraîné avec ce point, restera tangente à deux sphères concentriques dont le centre commun est λ. On a alors ce théorème :

» Théorème II. — *Des sphères* (M), *dont les centres appartiennent à une droite* D, *forment une figure de grandeur invariable. Si on les déplace de façon que trois d'entre elles restent respectivement tangentes à trois sphères fixes* (F), *dont les centres appartiennent à une droite* O, *chacune des sphères mobiles* (M) *reste tangente à deux sphères concentriques dont le centre commun est sur* O.

» Si l'on suppose la droite D à l'infini, les sphères (M) deviennent alors des plans parallèles à une droite, et le théorème II peut s'énoncer dans ce cas particulier.

» Au lieu de plans parallèles à une droite, on peut prendre un faisceau de plans, et l'on a alors ce théorème que je n'ai pas encore publié :

» Théorème III. — *Un faisceau de plans de grandeur invariable se déplace de façon que trois de ses plans restent respectivement tangents à des sphères*

---

rèmes montrant l'analogie qui existe entre les propriétés relatives aux surfaces décrites par les points d'une droite et les surfaces touchées par les plans d'un faisceau mobile.

(¹) Dans la séance du 1ᵉʳ mars 1886, j'ai donné une démonstration directe de ce théorème.

fixes dont les centres appartiennent à une droite O; *un plan quelconque du faisceau mobile reste tangent à une sphère dont le centre est sur* O ([1]).

» Ce théoréme est tout à fait analogue au théorème I, et l'on voit comment il en est la transformation. On peut dire que les théorèmes I et III sont des cas particuliers du théorème II. Cela montre l'avantage qu'il y a à substituer l'étude des déplacements de la figure de grandeur invariable formée par des sphères dont les centres sont en ligne droite à celle des déplacements de points en ligne droite, puisqu'une pareille figure conduit aux points en ligne droite lorsque les sphères mobiles ont leur rayon nul, et aux plans parallèles à une droite lorsque les rayons de ces sphères sont infinis.

» Pour simplifier le langage, je propose de nommer *file de sphères* la figure de forme invariable constituée par des sphères dont les centres appartiennent à une droite.

» Avant de passer à un autre exemple relatif à une file de sphères, remarquons que l'on peut aussi faire différentes hypothèses sur les rayons des sphères fixes qui entrent dans l'énoncé du théorème II. On arrive ainsi à ces théorèmes nouveaux :

» Théorème IV. — *Un prisme de grandeur invariable se déplace de façon que trois de ses faces latérales passent respectivement par trois points d'une droite fixe* O; *une autre face latérale du prisme reste tangente à une sphère dont le centre est un point de* O.

» Théorème V. — *Si l'on déplace une file de sphères de façon que trois de ces sphères restent respectivement tangentes à trois plans fixes parallèles à une droite, chacune des autres sphères mobiles reste tangente à deux plans parallèles à cette droite.*

» Théorème VI. — *Une droite se déplace de façon que trois de ses points restent respectivement sur des plans fixes parallèles à une droite. Un point quelconque de la droite mobile décrit un plan parallèle à la droite fixe.*

» Appliquons encore notre mode de transformation au théorème suivant que j'ai déjà fait connaître ([2]) :

» Théorème VII. — *Les centres de courbure principaux des surfaces tra-*

([1]) La démonstration directe de ce théorème est tout à fait analogue à celle que j'ai donnée pour le théorème I.

([2]) Voir mon Mémoire *Sur les surfaces trajectoires des points d'une figure de forme invariable dont le déplacement est assujetti à quatre conditions* (*Recueil des Savants étrangers*, t. XXII, et *Congrès de Lyon*, *loc. cit.*).

jectoires des points d'une droite mobile sont sur une courbe gauche du sixième ordre.

» Remplaçons la droite mobile par une file de sphères. Pendant le déplacement, ces sphères restent tangentes à des surfaces respectivement parallèles aux surfaces trajectoires de leurs centres. On peut donc dire :

» Théorème VIII. — *Les centres de courbure principaux des surfaces auxquelles restent tangentes les sphères d'une file de sphères qui est mobile sont sur une courbe gauche du sixième ordre.*

» Si la droite des centres des sphères mobiles est rejetée à l'infini, on arrive à un théorème dont j'énonce seulement ce cas particulier :

» Théorème IX. — *Les surfaces auxquelles les plans d'un faisceau de grandeur invariable restent tangents pendant les déplacements de ce faisceau ont leurs centres de courbure principaux sur une courbe gauche du sixième ordre.*

» Ce théorème, tout à fait analogue au théorème VII, en est, comme on le voit, la transformation.

» Dans cette courte Note, j'ai supposé que les points de la droite mobile se déplaçaient sur leurs surfaces trajectoires; il reste à parler de la transformation des propriétés relatives au déplacement d'une droite dont les points décrivent des lignes trajectoires. »

GÉOMÉTRIE. — *Détermination des surfaces harmoniques réglées.* Note de M. L. Raffy, présentée par M. Picard.

« On connaît fort peu de surfaces dont l'élément linéaire soit réductible à la forme harmonique (forme de Liouville). Pour en trouver de nouvelles classes, j'emploie deux procédés principaux. Le premier consiste à se donner la forme analytique des coordonnées de la surface en fonction de deux paramètres et à déterminer les fonctions inconnues, de manière que l'élément linéaire soit harmonique. Le second consiste à chercher les surfaces harmoniques parmi celles dont on peut obtenir une génération quand on se donne seulement leur élément linéaire.

» Je ferai connaître aujourd'hui un exemple de ce second procédé, en donnant toutes les formes distinctes que peut prendre l'élément linéaire des surfaces qui sont à la fois réglées et harmoniques. On sait, en effet,

qu'il n'y aura plus qu'à effectuer des quadratures pour obtenir explicitement les coordonnées de toutes ces surfaces.

» Je prendrai pour point de départ une proposition fondamentale, que j'emprunte au Cours professé l'an dernier par M. Darboux, et qui peut s'énoncer ainsi :

» *L'élément linéaire d'une surface étant donné sous la forme générale*

$$(1) \qquad ds^2 = \mathrm{E}\,du^2 + 2\mathrm{F}\,du\,dv + \mathrm{G}\,dv^2,$$

on considère l'équation aux dérivées partielles

$$(2) \qquad \Delta(u, v, p, q) = \frac{\mathrm{E}q^2 - 2\mathrm{F}pq + \mathrm{G}p^2}{\mathrm{EG} - \mathrm{F}^2} = 1,$$

dont dépend la détermination des géodésiques. Pour que l'élément linéaire (1) *soit harmonique, il faut et il suffit que cette équation admette une intégrale du second degré*

$$(3) \qquad \varphi = \mathrm{A}p^2 + 2\mathrm{B}pq + \mathrm{C}q^2 = \text{const.},$$

dont le premier membre n'ait pas de facteur linéaire $\varepsilon p + \eta q$ *commun avec le trinôme* $\mathrm{E}p^2 - 2\mathrm{F}pq + \mathrm{G}q^2$.

» *Si le trinôme* φ *est le carré d'une fonction linéaire de* p *et de* q, *l'élément* (1) *ne convient qu'à des surfaces applicables sur des surfaces de révolution.*

» *La condition pour que l'équation* $\varphi =$ const. *soit une intégrale de l'équation* (2) *est que l'on ait, quels que soient* p *et* q,

$$\frac{\partial\Delta}{\partial u}\frac{\partial\varphi}{\partial p} - \frac{\partial\Delta}{\partial p}\frac{\partial\varphi}{\partial u} + \frac{\partial\Delta}{\partial v}\frac{\partial\varphi}{\partial q} - \frac{\partial\Delta}{\partial q}\frac{\partial\varphi}{\partial v} = 0.$$

» Cela posé, j'exclus de mon analyse les surfaces réglées applicables sur les surfaces de révolution ; elles ont été déterminées par M. Darboux dans une Leçon récente, et je les avais obtenues de mon côté par une autre voie, en me restreignant, il est vrai, au cas des génératrices réelles. D'ailleurs, elles s'obtiennent sans difficulté par l'application du théorème précédent au cas où l'intégrale φ est du premier degré. Je puis donc prendre pour élément linéaire des surfaces S qui n'ont pas de plan directeur tangent au cercle de l'infini

$$ds^2 = du^2 + [(u-\alpha)^2 + k^2]\,dv^2,$$

et pour les surfaces Σ qui admettent un tel plan directeur

$$ds^2 = du^2 + (u - \alpha)\, dv^2.$$

» Par des calculs, dans le détail desquels je ne puis entrer, j'ai obtenu les résultats suivants :

» Pour les surfaces S, il y a deux formes de l'élément linéaire. La première s'obtient en prenant pour l'inverse t du paramètre de distribution k la fonction de v qui satisfait à l'équation

$$dv = \frac{t\, dt}{\sqrt{-4t^4 - 2gt^3 + g_0 t^2 - 2\lambda t}},$$

où g, g_0 et λ sont trois constantes arbitraires; l'angle ω de la génératrice avec la ligne de striction est donné par la formule

$$\cot\omega = \frac{\sqrt{k}}{2\sqrt{2\lambda}}(g_0 - 4\lambda k).$$

» Ce premier élément linéaire devient identique à celui de l'hyperboloïde

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

quand a^2, b^2 et $-c^2$ sont les racines de l'équation

$$\rho^3 - \frac{4g}{\lambda}\rho^2 - \frac{g_0}{2\lambda}\rho + \frac{\lambda^2}{4} = 0.$$

» La seconde forme de l'élément linéaire peut s'écrire

$$(1)\qquad ds^2 = du^2 + \frac{(u - \alpha)^2 + k^2}{4k^2(\beta^2 k - 1)}\, dk^2,$$

en appelant toujours h le paramètre de distribution, et prenant pour α l'intégrale

$$\alpha = \gamma \int \frac{k\, dk}{\sqrt{\beta^2 k^2 - k}},$$

où β et γ sont deux constantes arbitraires.

» Pour les surfaces Σ, il y a aussi deux formes de l'élément linéaire,

$$\text{(II)} \qquad ds^2 = du^2 + \left(u + av + be^{\frac{v}{a}}\right) dv^2,$$

$$\text{(III)} \qquad ds^2 = du^2 + \left(u - \frac{v^2}{2}\right) dv^2,$$

a et b désignant deux constantes arbitraires.

» Aux éléments donnés par les formules (I), (II) et (III) correspondent des surfaces réglées applicables sur des paraboloïdes, réels ou imaginaires. Ainsi, abstraction faite des surfaces qui ont même cône directeur que la sphère, les surfaces développables, les surfaces réglées applicables sur les surfaces de révolution et celles qui sont applicables sur les quadriques composent l'ensemble des surfaces harmoniques réglées. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les transformations simplement rationnelles des surfaces et sur une classe d'équations différentielles.* Note de M. **Paul Painlevé**, présentée par M. Picard.

« Dans une Note récente (*Comptes rendus*, 27 janvier 1890), j'ai fait l'étude des transformations rationnelles des surfaces algébriques; j'ai pour cela divisé ces surfaces en trois classes. Soient

$$(1) \qquad F(x, y, z) = 0,$$

$$(2) \qquad F'(x', y', z') = 0$$

deux surfaces S et S' et

$$(3) \qquad x = h(x', y', z'), \qquad y = k(x', y', z'), \qquad z = l(x', y', z')$$

une substitution rationnelle qui transforme S en S'.

» Si S est de la première classe, il n'existe qu'un nombre fini de substitutions (3), et on les détermine algébriquement. Plus généralement, cherchons toutes les surfaces S *distinctes* de la première classe, qui correspondent rationnellement à la surface donnée S'. (Nous ne regardons pas comme distinctes deux surfaces qui correspondent birationnellement.) On peut toujours supposer S de degré $(p_1 - p + 3)$, par suite de degré au plus égal à $(p'_1 - p' + 3)$. On *détermine dès lors algébriquement toutes les surfaces cherchées de ce degré*. Il n'existe qu'un nombre fini q de surfaces S de la première classe réellement distinctes et répondant à la question.

» Plaçons-nous maintenant dans le cas où la surface S appartient à la deuxième classe. On peut déterminer algébriquement toutes les substitutions (3) et, par suite, il n'en existe qu'un nombre fini. On le voit, en raisonnant comme M. Picard et en exprimant que les équations

$$(4) \qquad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\Sigma \mu_i Q'_i}{\Sigma \lambda_i Q'_i}, \qquad \frac{Q_3}{Q_2} = \frac{\Sigma \nu_i Q'_i}{\Sigma \lambda_i Q'_i}$$

et les équations (1) et (2) déterminent rationnellement un système de valeurs x, y, z en fonction du point (x', y', z') de S'. Si $p_1 = p'_1$, la transformation est birationnelle.

» On peut également déterminer algébriquement toutes les surfaces S *distinctes* de la deuxième classe, qui correspondent rationnellement à S'. Dans tous les cas, S n'étant pas de la troisième classe, si μ désigne le nombre des points (x', y', z') qui correspondent à (x, y, z), on a

$$\mu(p_1 - 1) \leqq p'_1 - 1.$$

» Supposons maintenant que S soit de la troisième classe, ce qui a toujours lieu si S' appartient aussi à cette classe. Nous aurons

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\Sigma \mu_i Q'_i}{\Sigma \lambda_i Q'_i} = \frac{Q'_k}{Q'_j}.$$

Il doit exister un faisceau de surfaces Σ', dépendant de $(p - 1)$ paramètres et tel que deux surfaces du faisceau, qui ont un point arbitraire commun, coïncident le long de S'. Cette condition, toujours satisfaite si $p = 2$, montre que, si $p = p'$, S' doit être de la troisième classe. Il faut, de plus, que la courbe C (de genre 1)

$$Q_2 - \alpha Q_1 = 0, \qquad F = 0$$

corresponde rationnellement à la courbe C'

$$Q'_k - \alpha Q'_j = 0, \qquad F' = 0.$$

La question revient à reconnaître si une intégrale de première espèce de la courbe C' (pour un certain faisceau de surfaces Σ') ne se ramène pas aux intégrales elliptiques.

» Cette question résolue, on déterminerait algébriquement les transformations (3). *Si le module k^2 des courbes C est constant, la transformation (3) peut dépendre d'un paramètre et de plusieurs entiers arbitraires. Si k^2*

n'est pas constant, la transformation ne saurait dépendre que d'entiers arbitraires.

» Cette étude se rattache au problème de la transformation des fonctions hyperfuchsiennes. Elle trouve aussi une application dans la théorie des équations différentielles du second ordre. Soit

$$(5) \qquad F[y'', y', y, (x)] = 0$$

une équation dont le premier membre est un polynôme, irréductible, en y'', y', y. Supposons que son intégrale générale dépende algébriquement des constantes; l'intégrale n'admet alors qu'un nombre fini de valeurs se permutant autour des points critiques mobiles (mais la réciproque n'est pas vraie). On peut mettre d'une infinité de manières l'intégrale sous la forme

$$\alpha = R\,[y'', y', y, (x)],$$
$$\beta = R'\,[y'', y', y, (x)],$$
$$\gamma = R''\,[y'', y', y, (x)],$$

et choisir ces intégrales premières de telle façon que toute intégrale de même forme

$$\delta = R'''[y'', y', y, (x)]$$

s'exprime rationnellement en α, β, γ, (dans ces égalités, R, R′, ... désignent des fonctions rationnelles de y'', y', y). Les quantités α, β, γ sont liées par une relation algébrique

$$(6) \qquad \varphi(\alpha, \beta, \gamma) = 0,$$

que j'ai appelée *relation fondamentale* (voir les *Comptes rendus,* novembre 1888).

» Si le genre de (6) est supérieur à (1) et si cette surface n'appartient pas à la troisième classe, l'intégrale de (5) s'obtient algébriquement. Si la surface (6) rentre dans la troisième classe, une intégrale première est de la forme

$$\frac{\Sigma \mu_i Q'_i[y'', y', y, (x)]}{\Sigma \lambda_i Q'_i[y'', y', y, (x)]} = \text{const.},$$

et l'équation se ramène à une équation linéaire d'ordre au plus égal à $p + p_1 - 2$.

» En définitive, proposons-nous le problème suivant :

» *Reconnaître si l'intégrale de* (5) *dépend algébriquement des constantes, la relation fondamentale correspondante étant de genre plus grand que* 1.

» On reconnaît algébriquement s'il en est ainsi, et l'équation s'intègre alors algébriquement, ou bien l'on ramène l'équation aux équations linéaires. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations solaires du second semestre de* 1889. Note de M. Tacchini.

« J'ai l'honneur d'envoyer à l'Académie le résumé des observations solaires faites à l'Observatoire royal du Collège romain, pendant le second semestre de 1889. Le nombre des jours d'observations a été de 154 pour les taches et les facules, savoir : 31 en juillet, 31 en août, 23 en septembre, 22 en octobre, 24 en novembre et 23 en décembre. Voici les résultats :

1889.	Fréquence relative des taches.	Fréquence relative des jours sans taches.	Grandeur relative des taches.	Grandeur relative des facules	Nombre des groupes par jour.
Juillet	2,75	0,39	16,97	14,35	0,87
Août	6,97	0,19	20,03	17,77	1,26
Septembre	1,18	0,48	8,22	28,48	0,61
Octobre	0,64	0,73	1,55	18,18	0,27
Novembre	0,00	1,00	0,00	0,62	0,00
Décembre	1,68	0,61	4,09	29,55	0,65

» Exception faite du mois d'août, les observations relatives aux autres mois démontrent que la période de calme s'est prolongée jusqu'à la fin de l'année, et je puis ajouter que les observations de janvier 1890 indiquent déjà que cette période continue encore.

» Pour les protubérances hydrogéniques, nous avons obtenu les résultats suivants :

1889.	Nombre de jours d'observations.	Protubérances. Nombre moyen.	Protubérances. Hauteur moyenne.	Protubérances. Extension moyenne.
			m	°
Juillet	30	2,10	28,9	0,9
Août	31	3,19	34,3	0,9
Septembre	20	3,75	36,5	1,3
Octobre	12	2,50	40,6	1,4
Novembre	22	2,14	36,7	1,4
Décembre	14	1,71	17,8	0,7

» Le phénomène des protubérances solaires a donc toujours été faible

pendant toute la série des observations, et, dans le mois de décembre, on a eu plusieurs jours sans protubérances solaires.

» L'état de grand calme dans lequel le Soleil s'est maintenu depuis le mois d'août permet de nous considérer dans la période du véritable minimum. »

PHYSIQUE. — *Sur la propagation du son.* Note de MM. **Violle** et **Vautier**, présentée par M. Mascart.

« Les expériences que nous avons faites sur la propagation du son dans un tuyau cylindrique, et dont nous avons eu l'honneur de présenter les premiers résultats à l'Académie ([1]), nous ont permis d'établir les faits suivants :

» 1° Quelle que soit la nature de l'ébranlement initial, l'onde sonore, par le fait même de sa propagation, tend vers une forme simple, déterminée.

» 2° Cette forme une fois atteinte, les différentes parties de l'onde se propagent avec une même vitesse uniforme, qui doit être regardée comme la vitesse normale de propagation du son.

» 3° L'ébranlement provoqué par un coup de pistolet présente d'abord une forme complexe, et les diverses parties se transportent avec des vitesses différentes ; mais le sommet de l'onde prend promptement la vitesse normale, tandis que le front, parti avec une vitesse trop grande, ralentit progressivement son allure, en tendant vers cette même vitesse normale.

» 4° L'intensité du son du pistolet n'a aucune action sur la vitesse normale ; mais l'excès de vitesse du front croît avec l'intensité.

» 5° Dans les limites entre lesquelles varie habituellement l'intensité des sons musicaux, elle ne modifie en rien leur vitesse de propagation, laquelle atteint très vite la valeur normale.

» 6° Les différences de hauteur des sons musicaux sont également sans influence sur leur vitesse de propagation.

» 7° Dans un tuyau de $0^{m},700$, le coup d'un pistolet chargé à 3^{gr} de poudre s'entend à plus de 13^{km}, le chant d'une flûte de 16^{pi} frappe encore l'oreille à 6^{km} ; mais l'un et l'autre disparaissent comme son quand

([1]) Le Mémoire complet paraîtra prochainement aux *Annales de Chimie et de Physique*.

l'ébranlement initial s'est fondu en une onde unique, que les membranes suivent aisément au delà de 50^{km}.

» 8° La vitesse de propagation du son à l'air libre est plus grande que dans un tuyau, où l'influence des parois amène un retard en raison inverse du diamètre et dépassant $0^{m},46$ dans un tuyau de 1^{m} de diamètre.

» 9° La vitesse normale de propagation du son dans l'air libre, sec et à zéro, est

$$331^{m},10,$$

l'erreur probable étant inférieure à $0^{m},10$. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'état du champ magnétique dans les conducteurs à trois dimensions*. Note de M. **P. Joubin**, présentée par M. Mascart.

« Un courant électrique traversant un conducteur linéaire produit en tous les points du milieu extérieur un champ magnétique; c'est-à-dire qu'une petite masse magnétique ou un élément de courant placés en un point quelconque tendent à se mouvoir sous l'action de la force électromagnétique qui leur est appliquée. La distinction entre les deux régions de l'espace séparées par la surface du conducteur semble alors très nette. Dans l'une, une force *électromotrice*, agissant seulement sur l'électricité, est dirigée dans le sens du courant; dans l'autre, une force *électromagnétique*, appliquée au support du courant ou de la masse magnétique, a une tout autre direction; s'il s'agit d'un courant rectiligne indéfini, par exemple, elle sera dans un plan perpendiculaire au fil. En est-il toujours de même quand, au lieu de considérer un conducteur linéaire, on s'adresse à un conducteur à trois dimensions? Le champ magnétique est-il limité à sa surface extérieure?

» C'est ce que je me suis proposé d'examiner en cherchant quelle est l'action, en tous les points de l'espace, d'un courant traversant un conducteur rectiligne indéfini à large section.

» J'ai réalisé ce conducteur de la façon suivante : un gros manchon de verre, de 18^{cm} de diamètre et de 60^{cm} de hauteur, est posé sur une couche de mercure contenu dans une marmite en fonte, et rempli d'une dissolution de sulfate de cuivre; le mercure refoulé à l'extérieur fait équilibre à la colonne liquide, et, en même temps, la couche inférieure sert d'électrode pour amener le courant. Une deuxième électrode est formée par une

feuille de cuivre de même diamètre que le manchon et est maintenue à la surface supérieure de la dissolution. Les fils qui conduisent le courant dans cet appareil sont placés suivant son axe au-dessus et au-dessous. Enfin on suspend à l'intérieur du cylindre, par un fil de cocon, un très petit aimant muni d'un miroir. Quand on ferme le circuit, voici ce qu'on observe :

» I. Si l'on place dans l'axe du premier manchon un tube de diamètre plus petit (5^{cm} par exemple), de façon à isoler une portion de l'espace compris à l'intérieur du courant, on constate que l'action de la portion annulaire du courant en tout point intérieur au tube est nulle.

» II. Enlevons le second tube et déplaçons le petit aimant le long d'un rayon du cylindre : l'action, nulle d'abord au centre, croît à mesure qu'on s'en éloigne, et proportionnellement à la distance.

» III. Le même aimant suspendu à l'extérieur du manchon subit, au voisinage de sa surface, la même action que de l'autre côté à l'intérieur ; si l'on s'éloigne, la force varie en raison inverse de la distance à l'axe du cylindre.

» Tels sont les phénomènes observés. Il est facile de s'en rendre compte. En effet, dans les conditions de l'expérience, on peut considérer la densité du courant comme constante dans le conducteur cylindrique et décomposer celui-ci en filets élémentaires, chacun d'eux étant traversé par le même courant $i = \frac{I}{\pi R^2}\cdot$ Or l'un quelconque de ces filets, B, a sur un point A situé à la distance normale $r = AB$ une action égale à $\frac{2i}{r}$ et perpendiculaire au plan du filet B et de la droite AB, de sorte que tout se passe comme si le point d'intersection B du plan mené par A perpendiculairement au filet conducteur agissait sur la masse A égale à l'unité suivant la loi $f = \frac{2i}{r}\cdot$ Il en sera de même pour tous les autres conducteurs élémentaires, dont l'ensemble pourra être représenté par la surface du cercle de section du cylindre dont chacun des points agirait suivant la loi précédente. Il suffira alors d'effectuer l'intégrale $\int\int f dS$, dS représentant un élément de surface de ce cercle, en la limitant à sa circonférence. Soit O son centre.

» En prenant la droite OA comme axe des x, les deux composantes de la résultante au point A, X suivant Ox, Y suivant Oy, deviennent

$$X = 2i\int\int \frac{r^2\,dr\,d\theta \sin\theta}{a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta}, \qquad Y = 2i\int\int \frac{r\,dr\,d\theta(a - r\cos\theta)}{a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta},$$

où $a = AO$; r est la distance de l'élément dS au centre O, et θ l'angle de r avec Ox.

» I. Si A est extérieur au cercle de rayon R limitant le flux électrique ($a > R$), il faut faire varier r de o à R et θ de o à 2π; alors $X = 0$ et $Y = \frac{2i\pi R^2}{a}$, c'est-à-dire que la force est la même que si le courant tout entier ($I = \pi R^2 i$) passait dans un fil rectiligne occupant l'axe.

» II. L'action d'un anneau circulaire uniforme, ou composé de couches circulaires uniformes, est nulle pour tout point intérieur à l'anneau : on peut le montrer facilement par un raisonnement analogue à celui de M. Bertrand pour une couche sphérique électrisée.

» III. On en déduit que, pour un point situé à l'intérieur du cercle de rayon R($a < R$), la couche circulaire comprise entre les rayons a et R n'a pas d'action; en faisant alors varier r de θ à a et θ de o à 2π, on trouve

$$X = 0, \qquad Y = 2i\pi a.$$

» Ces résultats sont conformes à l'expérience. On peut donc conclure que le champ magnétique produit par un courant existe aussi bien dans le milieu traversé par le flux électrique que dans le milieu extérieur; qu'il y a continuité en passant par la surface de séparation; en effet, au voisinage de celle-ci, à l'intérieur, la force est $2i\pi(R - \varepsilon)$, et, à l'extérieur, $\frac{2i\pi R^2}{R + \varepsilon}$; ces deux valeurs diffèrent infiniment peu. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les actions mécaniques des courants variables.* Note de M. **J. Borgman**, présentée par M. Lippmann.

« En essayant de reproduire, à l'aide des moyens restreints d'un laboratoire, les intéressantes expériences de M. le professeur E. Thomson qui ont été démontrées avec tant d'éclat pendant l'Exposition de 1889, j'ai obtenu quelques résultats nouveaux, que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

» Un anneau formé par un gros fil de cuivre était suspendu à la place d'un plateau au fléau d'une balance et équilibré à l'aide de poids; au-dessous de cet anneau on disposait concentriquement une bobine verticale en fil de cuivre, de $2^{mm},5$ de diamètre (la hauteur de la bobine est 120^{mm}, son diamètre intérieur 43^{mm}, son diamètre extérieur 120^{mm}), munie ou non

d'un noyau en fer massif ou formé de fils de fer. Le courant a été fourni par quelques accumulateurs; un commutateur, mû par un petit moteur électrique de Breguet à la vitesse de 1000 tours à la minute à peu près, changeait le sens du courant vingt fois par tour. Même avec un courant de $0^{amp},5$, la répulsion de l'anneau a été nettement accusée; elle était moindre quand la bobine fut dépourvue de son noyau de fer. En remplaçant l'anneau par un disque horizontal de même diamètre ou par un tube de même métal suspendu dans la cavité cylindrique de la bobine, on a constaté aussi une répulsion notable, beaucoup moindre pour le tube que pour le disque ou l'anneau.

» En remplaçant le commutateur par un simple interrupteur, donnant le même nombre d'interruptions à la minute qu'il y avait d'inversions du courant, on a observé *les mêmes répulsions*, mais d'intensité moindre. C'est sur la surface d'une nappe liquide de mercure que j'ai observé les phénomènes les plus intéressants. La bobine que j'ai employée était un simple rouleau de fils isolés, lié par des ficelles et dépourvu de parties inutiles en métal, pouvant intervenir dans les phénomènes observés. Une cuvette en verre, à fond plat horizontal (76^{mm} de diamètre), contenant du mercure, était placée le plus concentriquement possible au-dessus de la bobine, et la surface du liquide saupoudrée par un peu de lycopode. Quelques moments après la fermeture du courant alternatif ou simplement intermittent, le mouvement des particules de lycopode accusait nettement l'existence de deux courants circulaires de mercure, de directions contraires, qui se réunissent pour former un seul courant diamétral.

» Ces tourbillons sont le mieux accusés quand l'épaisseur de mercure est minimum, justement suffisante pour couvrir tout le fond de la cuvette. Ils sont plus faibles avec les courants intermittents qu'avec les alternatifs, l'existence du noyau de fer augmente l'intensité du mouvement tourbillonnaire.

» Si l'on produit une dissymétrie du champ de la bobine, dépourvue de son noyau, en introduisant un disque en cuivre mince sous la cuvette, excentriquement par rapport à son centre, on observe deux tourbillons dont le courant commun est dirigé vers le disque. En plaçant sous la cuvette deux ou trois disques, on obtient quatre ou six tourbillons, dont les lignes de démarcation sont dirigées le long des diamètres des disques. Si l'on place diamétralement sous la cuvette une bande de métal, on obtient quatre tourbillons, dont une des lignes de démarcation est dirigée normalement à la longueur de la bande et l'autre lui est parallèle; les courants

de mercure dirigés vers le centre coulent le long de la première direction. On obtient deux forts tourbillons dirigés vers le centre de la bobine, si l'on place la cuvette à mercure un peu excentriquement sur la bobine contenant son noyau de fer. En général, les courants de mercure se dirigent vers l'endroit où le métal est placé sous la cuvette, et forment des tourbillons dont les parties les plus intenses sont disposées près de cet endroit.

» Si l'on place sous la cuvette un anneau plat, formé de trois secteurs égaux en cuivre, laiton et zinc, on obtient six tourbillons d'intensités différentes. La paire qui correspond au cuivre est la plus énergique et celle du zinc est à peine perceptible, même quand le courant surpasse 2 ampères.

» On n'obtient aucun mouvement du mercure, si la cuvette, plus petite que le vide central de la bobine, est placée concentriquement au-dessus de lui.

» La formation des tourbillons au-dessus de la bobine seule (sans noyau et plaques métalliques) dans mes expériences s'explique par le manque d'homogénéité du fil et la symétrie imparfaite de la forme de cette bobine.

» En plaçant la bobine horizontalement sous la cuvette, de manière qu'une partie seulement du mercure soit placée au-dessus de la bobine, on obtient aussi deux tourbillons avec une ligne de démarcation au-dessus de l'axe de la bobine. On obtient, de même, deux tourbillons si l'on place la cuvette à côté de la bobine verticale; mais, dans ce cas, l'intensité du mouvement du mercure est très petite.

» Il n'est pas nécessaire que le mercure couvre tout le fond de la cuvette. On observe les mêmes effets dans des gouttes isolées.

» En saupoudrant le mercure avec la limaille de fer, on produit l'effet suivant : les particules les plus grosses tendent à s'arranger conformément aux directions des lignes de force, mais cèdent un peu au mouvement tourbillonnaire du mercure. Les particules les plus ténues sautillent dans toutes les directions comme des gouttes liquides dans l'état sphéroïdal.

» Je poursuis ces expériences. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Résultats des observations actinométriques faites à Kiev en* 1888-1889. Note de M. **R. Savélief.**

« Pendant l'année 1889, j'ai continué les observations actinométriques que j'avais faites en 1888 à Kiev (latitude 50°24'N) [1], au moyen de

[1] *Comptes rendus*, t. CVIII, p. 287.

l'actinomètre de M. Crova, étalonné en calories (gramme-degré) par M. Crova. Voici les principaux résultats de ces observations :

» La marche annuelle de l'intensité calorifique à midi a été la même qu'en 1888, avec cette seule différence, que j'ai observé au mois d'avril un minimum secondaire ($1^{cal},28$), et que le maximum secondaire du mois d'octobre ($1^{cal},30$) a été un peu plus fort qu'en 1888.

» Aux mois de mai, juin et juillet, une couche d'eau de $9^{mm},5$ d'épaisseur absorbe environ 16 pour 100 de la radiation calorifique à midi, tandis qu'au mois de septembre, cette absorption s'élève à 20 pour 100, quoique l'épaisseur atmosphérique traversée en été soit moindre qu'en automne, accusant ainsi une proportion de vapeur d'eau, dans l'atmosphère, plus forte en été qu'en automne.

» Pendant l'été (de mai à septembre), l'intensité calorifique à midi reste à peu près invariable et égale à $1^{cal},24 \pm 0,02$; quand cette intensité descend au-dessous de $1^{cal},20$, on doit s'attendre à des pluies intenses ou de longue durée.

» La discussion des courbes diurnes de l'intensité de la radiation démontre que les lois de ces variations, données par M. Crova ([1]), s'appliquent à Kiev tout aussi bien qu'à Montpellier ; c'est-à-dire que les courbes ne sont calculables, en raison de leur symétrie approchée, que pendant la saison froide de l'année ; de plus, toutes ces courbes ont un minimum secondaire ou une dépression dans le voisinage de midi ; cette dépression, faible en hiver, est fortement accentuée dans les courbes d'été, qui sont très généralement dissymétriques par rapport à l'ordonnée de midi.

» Le climat de Kiev étant tout à fait continental, on voit que ces variations diurnes, et particulièrement la dépression de midi observée à Montpellier, ne sont pas dues, comme l'ont pensé quelques physiciens, à la nature maritime du climat de Montpellier, mais qu'elles doivent très probablement se reproduire avec des caractères tout à fait analogues sur les divers points du globe.

» J'ai construit les courbes des variations diurnes de l'intensité calorifique reçue sur un centimètre carré de surface horizontale du sol (c'est-à-dire les intensités absolues multipliées par le cosinus de la distance zénithale du Soleil) ; en prenant pour axe des y l'ordonnée de midi, et pour axe des x l'axe des temps, j'ai remarqué que, si, dans l'angle yOx, on trace un rayon vecteur quelconque, faisant un angle ω avec l'axe des x,

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XIV, août 1882.

en désignant par R_ω et r_ω les longueurs du rayon vecteur interceptées par deux courbes, l'augmentation du rapport $\frac{r_\omega}{R_\omega}$ des deux longueurs du rayon vecteur interceptées par les deux courbes est proportionnelle, à un centième près, au rapport de l'angle ω à $90°$; c'est-à-dire que, si R_{90} et r_{90} sont les deux rayons vecteurs dans la direction de l'axe des y ($\omega = 90°$) et R_0, r_0 les longueurs de ces deux mêmes rayons vecteurs suivant l'axe des x ($\omega = 0$), on a la relation

$$\frac{r_\omega}{R_\omega} - \frac{r_0}{R_0} = \left(\frac{r_{90}}{R_{90}} - \frac{r_0}{R_0}\right)\frac{\omega}{90°}.$$

» D'après cela, en partant d'un certain nombre de courbes construites au moyen de séries bien régulières d'observations, pour des journées différentes, on pourra déduire de l'intensité calorifique observée pour d'autres journées à midi seulement la quantité totale de calories reçues pendant ces journées sur 1^{cq} de la surface horizontale du sol.

» J'ai fait ce calcul pour le 1er et le 15 de chaque mois de l'année; construisant ensuite la courbe de la marche annuelle de la quantité totale de chaleur reçue en un jour sur la surface du sol, je l'ai comparée à celle qui correspondrait, pour la même journée, aux limites de l'atmosphère d'après M. Angot ([1]), en faisant la constante solaire égale à 3^{cal}.

» Cette comparaison m'a conduit aux conséquences suivantes :

» Pendant qu'aux limites de l'atmosphère, la quantité annuelle de chaleur reçue sur 1^{cq} de surface horizontale est 337900^{cal}, la quantité de chaleur reçue dans les mêmes conditions sur la surface du sol n'est que de 123500^{cal}, le ciel étant supposé constamment pur, et sans nébulosité apparente; c'est-à-dire que 63,5 pour 100 sont absorbés par notre atmosphère, et 36,5 arrivent à la surface du sol.

» En particulier au mois d'octobre, la surface du sol reçoit 41 pour 100 de la radiation solaire, tandis qu'aux mois de janvier et de février, ce rapport s'abaisse à 28 pour 100.

» Le maximum de la quantité de chaleur reçue au commencement de juillet par une belle journée est 610^{cal}, tandis qu'au mois de décembre elle n'est plus que 87^{cal} par jour. »

([1]) *Annales du Bureau central météorologique de France,* année 1883.

CHIMIE. — *Sur les combinaisons des métaux alcalins avec l'ammoniaque.* Note de M. **Joannis**.

« J'ai fait voir dans une Note précédente (¹) que le gaz ammoniac en excès donne avec les métaux alcalins une solution qui possède une tension variable, tant que la concentration n'atteint pas $Na + 5,3 AzH^3$ environ à 0°, composition pour laquelle le liquide est saturé de sodammonium, puis une tension constante pendant que l'on enlève de l'ammoniaque et que AzH^3Na cristallise, et enfin quand, tout le liquide étant disparu, on dissocie ce corps.

» L'égalité de tension de la solution saturée et du sodammonium a attiré l'attention de M. Bakhuis Roozeboom, qui a cru pouvoir en donner l'interprétation d'après le résultat de ses études sur les équilibres (²). Cette égalité de tension se produirait, d'après lui, parce que la température de l'expérience (c'était 0°) correspondait au voisinage du point de rencontre C de ses deux courbes. S'il en était ainsi, on devrait, d'après cette théorie, trouver une inégalité de tension au-dessous de 0° et, au-dessus de 0°, une décomposition de la solution saturée en ammoniaque et en sodium, sans apparition de sodammonium solide. Or ces deux prévisions de la théorie sont en désaccord complet avec les résultats de l'expérience, et il est certain que « la loi fondamentale, dont l'évidence semble pourtant » s'accréditer si difficilement », comme le dit M. Roozeboom, n'est pas vérifiée par les combinaisons que j'étudie.

» Voici les nouveaux faits observés :

» 1° *Expériences à* 0°. — Dans un certain nombre d'expériences faites à 0°, j'ai toujours constaté l'égalité de tension dont j'ai parlé. Depuis la Note de M. Roozeboom, j'ai fait une nouvelle expérience pour me rendre compte du degré de précision sur lequel on pouvait compter : la pression a toujours été mesurée à l'aide d'un manomètre à mercure à air libre; le tube était appuyé contre une division en millimètres, et soit avec la solution saturée, soit avec le sodammonium en dissociation, j'ai trouvé que le niveau du mercure montait toujours exactement au même point. Je crois que je puis affirmer que, s'il y avait eu une différence de $\frac{1}{5}$ de millimètre,

(¹) *Comptes rendus*, t. CIX, p. 900.

(²) *Comptes rendus*, t. CX, p. 134.

je m'en serais aperçu, surtout dans cette dernière expérience où j'avais uniquement en vue de vérifier à nouveau ce fait.

» Mais voici une autre expérience faite à 0° et qui me semble aussi concluante : un tube de 50^{cc} environ contenait au fond environ 10^{cc} de solution *saturée* de sodammonium dans l'ammoniaque. Une large plaque de sodium se trouvait à la partie supérieure du tube ; le tout ayant été plongé dans la glace à 0°, le sodium s'est maintenu, sans se transformer en sodammonium avec son brillant aspect métallique qui ôtait toute supposition d'un voile d'oxyde, si léger qu'il fût, pouvant protéger le sodium contre l'action de l'ammoniaque. Donc le sodammonium n'a pas à 0° une tension de dissociation inférieure à la tension du liquide saturé. Après trois quarts d'heure de séjour dans la glace, j'ai interrompu l'expérience, le sodium étant resté intact tout ce temps.

» Voici les pressions observées à 0°, évaluées en colonne de mercure à 0° :

Composition du mélange.	Tension observée.
$AzH^3Na + 1,669 AzH^3$	169,70
$AzH^3Na + 0,460 AzH^3$	169,70
$0,971 AzH^3Na + 0,029 Na$	169,70
$0,487 AzH^3Na + 0,513 Na$	169,70
$0,108 AzH^3Na + 0,892 Na$	169,70
$0,043 AzH^3Na + 0,957 Na$	169,65

» 2° *Expériences à* — 10°. — Ici la précision des mesures est moindre, parce que la température est difficile à maintenir rigoureusement constante. Aussi je la laissais varier aussi lentement et aussi peu que possible, et je notais la pression au moment où la température était juste — 10°, tantôt quand le bain se refroidissait, tantôt lorsqu'il s'échauffait. En outre, des mesures faites un peu au-dessus et au-dessous de — 10° permettaient de tracer une courbe donnant le point d'intersection avec l'abscisse — 10°. Voici les résultats :

Composition du mélange.	Tensions observées.		Tensions obtenues avec la courbe.	Moyennes.
$AzH^3Na + 0,46 AzH^3$	117,2 / 116,8	117,0	116,8	116,9
$0,7 AzH^3Na + 0,3 Na$	117,7 / 116,9	117,3	117,3	117,3
$0,39 AzH^3Na + 0,61 Na$	117,0 / 116,9	117,0	117,3	117,1
$0,19 AzH^3Na + 0,81 Na$	117,3 / 116,9	117,1	116,9	117,0

» 3° *Expériences à* $+ 22^\circ,4$.

Composition du mélange.	Tensions observées.	Tensions obtenues avec la courbe.	Moyennes.
	c	c	c
$AzH^3Na + 2,42\,AzH^3$.......	371,8	371,95	371,87
$AzH^3Na + 1,50\,AzH^3$.......	371,2	371,25	371,22
$AzH^3Na + 0,86\,AzH^3$.......	371,3	»	371,30
$0,67\,AzH^3Na + 0,33\,AzH^3$...	371,2	371.30	371,25

» A ces diverses températures, la solution saturée disparaît, quand on enlève de l'ammoniaque, en donnant du sodammonium cristallisé et non du sodium. Il est d'ailleurs fort possible que l'on observe ce phénomène à une température plus élevée que celles où j'ai fait des expériences ($+ 26^\circ$, pression 426^c).

» Ces nombres établissent donc l'égalité de tension des deux systèmes aussi bien à 0° qu'à $- 10^\circ$ et à $+ 22^\circ,4$. J'ai observé la même égalité de tension avec le potassammonium et sa solution saturée à 0° et à $+ 8^\circ,44$. »

CHIMIE. — *Sur les combinaisons du gaz ammoniac et du gaz hydrogène phosphoré avec le bichlorure et le bibromure de silicium*. Note de M. **Besson**, présentée par M. Troost.

« *Ammoniaque*. — Persoz a signalé en 1830 la combinaison du gaz ammoniac AzH^3 avec le bichlorure de silicium Si^2Cl^4 et a donné la composition du composé $Si^2Cl^4, 6AzH^3$; j'ai vérifié cette composition qui diffère de celle du bromure que j'ai déterminée. Le bromure de silicium Si^2Br^4 absorbe le gaz ammoniac instantanément avec grand dégagement de chaleur; mais, pour que la réaction soit complète, il faut laisser séjourner le produit de la réaction au moins quarante-huit heures au sein d'une atmosphère de gaz ammoniac. J'ai déterminé la composition du produit de la réaction en cherchant le volume de gaz ammoniac nécessaire à la saturation d'un poids déterminé de bromure ; $0^{gr},9$ de bromure Si^2Br^4 ont absorbé un volume de gaz ammoniac qui, ramené à 0° et 760^{mm}, est $396^{cm^3},9$, ce qui correspond en poids pour $Si^2Br^4 = 348$ à 118,44; or $7AzH^3 = 119$. Si l'on rapporte à 100 parties du composé, il renferme en ammoniaque :

Calcul..........................	25,482
Expérience......................	25,362

Il a donc pour composition $Si^2Br^4, 7AzH^3$. C'est un corps solide, blanc, d'aspect amorphe, en tout semblable à la combinaison correspondante du chlorure; il est décomposable par l'eau et donne une liqueur fortement alcaline qui dégage de l'ammoniaque, ce qui se conçoit, car le composé renferme plus d'alcali qu'il n'en faut pour saturer les produits de la décomposition du bromure.

» *Hydrogène phosphoré.* — Le gaz hydrogène phosphoré est sans action sur le bichlorure de silicium à la température ordinaire, mais il est absorbé quand celui-ci est refroidi; à — 23°, le chlorure en absorbe environ vingt fois son volume, et le restitue complètement sans subir d'altération quand sa température est ramenée à + 20°. Vers — 50°, il en absorbe un peu plus de quarante fois son volume, et le produit qui reste liquide, même si l'on abaisse sa température vers — 60°, aurait sensiblement pour composition $Si^2Cl^4, 2PhH^3$.

» Il existe cependant une combinaison cristallisée de ces deux corps que l'on obtient en comprimant dans le tube Cailletet le gaz en présence d'une petite quantité du chlorure; la première compression fait apparaître deux liquides superposés; mais qu'on vienne à détendre, puis comprimer de nouveau lentement, on voit à + 10°, sous la pression de 20^{atm}, tout le tube se tapisser de petits cristaux blancs très réfringents qui grossissent beaucoup par une compression lente; en même temps, tout liquide a disparu à la surface du mercure; ces cristaux disparaissent à + 10° sous la pression de 15^{atm}.

» A 0°, ils apparaissent à 15^{atm} et disparaissent à 10^{atm}; à — 23°, ils apparaissent à 5^{atm} et persistent à cette température quand on supprime la compression; si enfin on refroidit le tube à — 35° sans comprimer, les cristaux apparaissent spontanément. Cette dernière constatation rendait vraisemblable la formation des cristaux sous l'action seule du froid. C'est, en effet, ce que j'ai pu réaliser en plaçant sur la cuve à mercure un tube rempli d'hydrogène phosphoré; ce tube, fermé à son extrémité, est recourbé, et la petite branche qui contient un peu de chlorure de silicium plonge dans un bain de chlorure de méthyle dont on active l'évaporation.

» A — 35°, on voit apparaître, dans la partie refroidie, des cristaux isolés qui peuvent devenir assez volumineux. Ces cristaux, en petit nombre, se forment toujours aux dépens de la vapeur et jamais au contact du liquide; ils disparaissent quand on retire le tube du bain de chlorure de méthyle. Si l'on sature du chlorure de silicium vers — 50° par du gaz

hydrogène phosphoré, puis qu'on scelle le tube à cette température, il apparaît un grand nombre de petits cristaux sur les parois du tube au-dessus du liquide, et ces cristaux se maintiennent ainsi sans qu'il faille refroidir. L'existence de la combinaison n'est donc pas douteuse; mais son instabilité m'a empêché d'en déterminer la composition. L'hydrogène phosphoré est sans action sur le bibromure de silicium jusqu'à la température où celui-ci se solidifie. Si on les comprime dans le tube Cailletet, l'effet de la pression est nul pendant un temps assez long; cependant, au bout de plusieurs heures et après plusieurs compressions, le liquide, d'abord incolore, devient blanc opaque, puis prend l'aspect d'un corps solide, blanc, amorphe. Si l'on retire le tube, on constate une diminution très notable du volume gazeux, en même temps que les parois du tube restent souillées d'une matière blanchâtre. L'extrémité du tube étant ouverte, on chasse rapidement le gaz par un courant d'air sec; si l'on chauffe ensuite doucement la substance solide, le courant d'air entraîne une nouvelle quantité d'hydrogène phosphoré, en même temps que le solide se résout en gouttelettes liquides. Cette expérience permet d'admettre l'existence d'une combinaison de ces deux corps. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le rôle de certains corps étrangers dans les fers et les aciers.* Note de M. **F. Osmond**, présentée par M. Troost.

« Je suis obligé, pour faire comprendre le rôle de ces corps étrangers, de rappeler d'abord rapidement quelques faits déjà connus,

» On sait que le fer est un corps polymorphe. Pendant le refroidissement lent d'un fer électrolytique contenant 0,08 pour 100 de carbone, il se produit deux dégagements de chaleur : l'un, que j'appelle a_3 [1], détermine une assez longue station du thermomètre à 855°; l'autre, que j'appelle a_2, progressif et peu marqué, présente un maximum vers 730° [2].

---

[1] Tchernoff a appelé *point a* la température à partir de laquelle un acier peut prendre la trempe; c'est cette désignation commode que j'ai conservée, en lui ajoutant des indices, puisque le point *a* peut être un point multiple.

[2] Toutes les températures ont été prises par le pyromètre thermo-électrique de M. H. Le Chatelier et les déviations du galvanomètre transformées en degrés centigrades par la formule linéaire.

» a_3 est dû à une transformation allotropique du fer β en fer α; a_2 pourrait être une autre transformation, mais semble plutôt, en l'état actuel de la question, représenter la fin de la première, retardée, dans les parties relativement carburées du métal, par la présence du carbone.

» Le carbone lui-même, en passant de l'état de *carbone de trempe* à l'état de *carbone de recuit*, détermine, pendant le refroidissement des fers carburés, un troisième dégagement de chaleur que j'appelle a_1 et que Barrett a découvert sous le nom de *récalescence*.

» Ces divers points critiques ne sont pas fixes : à mesure que la teneur en carbone s'élève, a_3 s'abaisse rapidement et rejoint a_2; puis a_3 et a_2 réunis s'abaissent encore et vont rejoindre a_1, qui s'est lentement élevé de son côté.

» Les corps étrangers ont également une action propre que j'ai déjà étudiée pour quelques-uns ([1]) et que je me propose d'examiner aujourd'hui pour quelques autres, grâce à l'obligeance de plusieurs savants anglais qui ont bien voulu me fournir des échantillons rares préparés pour leurs recherches personnelles.

» Les corps sur lesquels j'ai pu obtenir des renseignements plus ou moins complets sont le bore, le nickel, le cuivre, le silicium, l'arsenic et le tungstène.

» 1° *Bore*. (Un échantillon préparé et donné par M. le professeur W.-C. Roberts-Austen, qui l'a obtenu en fondant ensemble dans le vide le fer et le bore cristallisé.) — Le bore, dans l'échantillon considéré, agit à la manière du carbone : a_3 a été abaissé, partie entre 815°-805°, partie entre 735°-725°, c'est-à-dire en a_2.

» 2° *Nickel*. (Un échantillon préparé au laboratoire de M. Troost et contenant pour 100 : carbone 0,34; nickel 5,97; manganèse, traces.) — Pour un acier sans nickel de même teneur en carbone, a_3 et a_2 seraient confondus ensemble, mais complètement distincts de a_1; le nickel réunit a_3, a_2 et a_1 en un seul point critique entre 660°-640°, température franchement inférieure à la température normale de la récalescence.

» M. Hopkinson a, de son côté, et par une autre méthode, trouvé tout récemment que l'acier dur à 25 pour 100 de nickel a son point critique audessous de zéro pendant le refroidissement. Le nickel agit comme le manganèse.

([1]) *Comptes rendus*, séance du 4 avril 1887.

» 3° *Cuivre.* (Trois échantillons préparés par MM. Ball et Wingham et donnés par M. Roberts-Austen.)

	I.	II.	III.
Cuivre pour 100	0,847	4,10	4,44
Carbone pour 100	0,102	0,183	$<$0,10

» A mesure que la teneur en cuivre s'élève, a_3 s'abaisse et a_1 en fait autant. Pour les deux spécimens qui contiennent le plus de cuivre, a_3 se confond avec a_2 entre 730°-720° et a_1 descend entre 625°-600°.

» L'action du cuivre sur la transformation allotropique du fer est donc analogue aussi à celle du carbone, mais beaucoup moins énergique : 4 pour 100 de cuivre font à peu près le même effet que 0,25 à 0,30 de carbone; sur la récalescence, le cuivre agit à la façon du manganèse et du nickel.

» 4° *Silicium.* (Cinq échantillons préparés et donnés par M. R.-A. Hadfield et contenant de 0,20 à 4,40 de silicium; tous les autres corps étrangers sont en proportions faibles et peu différentes). — A mesure que la teneur en silicium s'élève, la quantité de chaleur dégagée en a_3 va en diminuant; déjà fortement affaiblie par une teneur en silicium de 0,80, elle devient sensiblement nulle pour les teneurs au-dessus de 2 pour 100. Mais, contrairement à ce qui se passait en présence du carbone, du manganèse, du nickel ou du cuivre, la chaleur non dégagée en a_3 ne se dégage pas à une température plus basse : on ne la retrouve nulle part entre 1400° et 500°. Le silicium empêche donc la transformation allotropique du fer. Mais, au rebours des corps étudiés ci-dessus et qui maintenaient le fer à l'état β pendant le refroidissement, le silicium maintient le fer à l'état α pendant le chauffage.

» En même temps que a_3 disparaît, a_2 garde son intensité ordinaire et tend à s'abaisser légèrement de 730°-720° à 710°-700°; a_1, au contraire, se relève franchement de 660°-650° à 710-700°.

» 5° *Arsenic.* (Quatre échantillons préparés par MM. Harbord et Tucker et donnés par M. Roberts-Austen.) — La teneur en arsenic s'élevant de traces à 0,55, a_3 perd en intensité et s'élève en position : l'arsenic agit comme le silicium et maintient le fer à l'état α.

» L'action de l'arsenic sur a_2 et sur a_1 n'est pas discernable, à la teneur considérée, dans les métaux examinés.

» 6° *Tungstène.* (Quatre échantillons de même provenance que les précédents.) — La teneur en tungstène s'élevant de traces à 1,50 pour 100, a_3

paraît garder son amplitude et sa position normales, eu égard à la composition chimique des barreaux. Le tungstène n'a donc qu'une influence douteuse sur la transformation allotropique du fer, mais il abaisse considérablement a_1, du moins si le chauffage a été poussé à une température suffisante : c'est ainsi que a_1 descend à 540°-530° dans l'échantillon le plus riche, fait que j'avais déjà remarqué dans un acier beaucoup plus dur. Le rôle du tungstène, dans son ensemble, présente donc des particularités singulières.

» Je demanderai prochainement à l'Académie la permission de lui présenter la synthèse de ces observations [1]. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la* Lussatite, *nouvelle variété minérale cristallisée de silice.* Note de M. **Er. Mallard**, présentée par M. Daubrée.

« On connaît les cristaux de quartz limpide, qui se rencontrent, sur le bitume même, dans le gîte de Pont-du-Château, et que l'on trouve dans toutes les collections. Ces cristaux sont recouverts d'une enveloppe de couleur un peu laiteuse, qui épouse exactement la forme cristalline, dont elle arrondit seulement les angles ; la surface, assez unie, se montre cependant couverte de très petits mamelons. Lorsqu'on taille des lames dans ces cristaux, on voit, au microscope polarisant, l'enveloppe formée d'une matière fibreuse ou plutôt fibro-lamelleuse, dont les fibres sont perpendiculaires à la surface du cristal. Ces fibres sont nettement biréfringentes, quoique beaucoup moins que le quartz ; elles s'éteignent exactement, ou à très peu près, suivant leur longueur, et le *signe optique de l'allongement est positif*. Ce dernier caractère les distingue très nettement de celles de la calcédoine, dont le signe optique de l'allongement est toujours négatif et dont la biréfringence est d'ailleurs plus énergique.

» La densité de cette matière, prise sur un petit fragment isolé avec soin, au moyen d'une liqueur lourde, est de 2,04, tandis que la densité de la calcédoine est de 2,59, celle de la tridymite de 2,29. La densité de l'opale est presque égale à celle de notre matière et varie entre 1,93 et 2,09.

» L'indice moyen de réfraction pour la raie D est égal à 1,446 ; c'est à peu près l'indice indiqué pour l'opale. L'indice moyen de réfraction de la tridymite est, d'après mes observations, égal à 1,476 pour D.

» La substance est de la silice à peu près pure ; car mon ami M. H. Le

---

(1) Ces recherches ont été faites au laboratoire de M. Troost, à la Sorbonne.

Chatelier, qui a bien voulu en faire l'essai, n'a trouvé qu'un résidu de 0,011 de sulfate après attaque par l'acide fluorhydrique et par l'acide sulfurique.

» Chauffée jusque vers 1000°, après dessiccation à 100°, la matière a perdu sur un échantillon 7,9 pour 100, sur un autre 8,3 pour 100 d'eau. Toute l'eau part avant 600°.

» Après la calcination, la densité a diminué de 2,04 à 1,94. Les grains de la substance sont devenus blancs et à peu près opaques; mais, si l'on taille une lame assez mince pour être transparente, on constate que la biréfringence des fibres cristallines persiste et a même augmenté, le signe optique de l'allongement restant le même.

» La substance cristalline dont je viens signaler l'existence paraît n'être jamais absolument pure, mais toujours mélangée d'une quantité plus ou moins grande de silice amorphe, c'est-à-dire d'opale. On constate ce mélange en examinant au microscope polarisant des lames taillées perpendiculairement aux fibres; on voit alors de très petites sections cristallines biréfringentes disséminées dans une matière amorphe. C'est du reste ce que l'on voit bien plus clairement encore dans certaines concrétions, d'une jolie couleur bleue, qui recouvrent de la limonite à Tresztyan (Hongrie), et sont en rapport avec de la calcédoine bleuâtre.

» Ces concrétions sont formées en majeure partie par de l'opale uniréfringente, au milieu de laquelle se montrent des fibres rayonnantes plus ou moins serrées, biréfringentes et à allongement optique positif.

» Il semble donc que l'on puisse admettre que la substance en question est anhydre, ce que paraît démontrer sa résistance à l'action de la chaleur; la quantité d'eau que la chaleur expulse provient sans doute de la déshydratation de l'opale qui produit l'opacité de la matière. Il se peut cependant que la substance biréfringente soit hydratée et perde son eau sous l'influence de la chaleur sans cesser d'être cristalline, ainsi que j'ai démontré que cela se produit pour la heulandite. Des recherches ultérieures permettront peut-être de décider la question.

» Les gisements de la nouvelle variété cristallisée de silice paraissent très répandus. On la rencontre, non loin de Pont-du-Château, dans le gisement de bitume de Lussat, où elle forme l'enveloppe assez épaisse de grosses concrétions calcédonieuses; c'est de ce gîte que nous avons isolé, au moyen de la liqueur lourde, la matière qui a servi aux essais de M. Le Chatelier.

» J'ai cité déjà le gîte de Tresztyan.

» On trouve encore la même substance, dans le Cornouailles, recouvrant d'une enveloppe jaunâtre des espèces de stalactites entre-croisées, formées à l'intérieur par de la calcédoine dont les fibres sont disposées suivant les rayons de la stalactite.

» On la trouve en grande quantité, au milieu de l'opale, dans les beaux échantillons stratifiés de silice jaunâtre qui viennent des îles Féroë. Les parties limpides de ces échantillons sont de l'opale à peu près pure; d'autres parties moins limpides montrent, au milieu de l'opale, des grains concrétionnés et fibreux de calcédoine et qui, en devenant de plus en plus nombreux, font passer à des strates de calcédoine pure. D'autres strates enfin, à aspect laiteux et blanchâtre, et dont la densité est de 2,04 à 2,05, montrent des fibres aplaties biréfringentes, plus ou moins contournées ou gondolées, qui conservent leur biréfringence après la calcination. Ces lames peuvent être assez abondantes pour donner à la matière un aspect lamelleux grossier, mais très net. L'allongement optique est positif, l'extinction est d'ailleurs toujours très imparfaite et seulement partielle. Bien d'autres gisements ne tarderont pas sans doute à être signalés.

» La curieuse substance minérale dont je viens de faire connaître les principales propriétés se distingue nettement des autres variétés de silice connues jusqu'à présent, le quartz, la calcédoine, la tridymite et l'opale. Je propose de lui donner le nom de *lussatite* pour rappeler l'un des gisements où l'on peut le mieux étudier ses propriétés. »

MINÉRALOGIE. — *Sur les oxydes de manganèse.* Ire Partie : *Psilomélanes et wads.* Note de M. ALEX. GORGEU, présentée par M. Friedel.

« Les analyses complètes de trois échantillons de wads, provenant de la collection de l'École des Mines, que MM. Friedel et Mallard ont bien voulu mettre à ma disposition, jointes à celles de plusieurs psilomélanes de divers gisements, m'ont permis de constater qu'il existe dans la nature de véritables combinaisons de l'acide manganeux avec différentes bases.

» L'étude des manganites de manganèse proprement dits : hausmannite, acerdèse et braunite, fera l'objet d'une Note spéciale.

» Les psilomélanes analysées provenaient : l'une de Romanèche, la deuxième de la province de Thuringe, et la dernière de Lorca, en Espagne. On a fait deux analyses distinctes des couches extérieures et intérieures des deux premiers échantillons.

» Les trois wads de l'École des Mines justifiaient bien par leur légèreté le nom de *manganèse liège* donné par certains auteurs à ces espèces de minerais. On ne connaissait pas la provenance de l'un d'eux que, pour cette raison, je désignerai par la lettre x; l'un des deux autres venait de Romanèche et le troisième de Giessen.

» Je ne puis exposer ici le mode d'analyse suivi ni le Tableau des résultats analytiques obtenus : ils trouveront leur place dans la publication *in extenso* de ce travail ([1]). Je me contenterai de faire connaître dans cette Note les faits les plus intéressants, quelques-uns déjà constatés, d'autres nouveaux, auxquels m'ont conduit les analyses des psilomélanes et des wads que j'avais à ma disposition.

» Les psilomélanes offrent des exemples de combinaisons naturelles, dans lesquelles le corps jouant le rôle d'acide ne peut être que l'acide manganeux; les proportions des autres acides que renferment les minerais ne correspondent nullement, en effet, à celles des bases.

» Dans la psilomélane la plus riche en baryte, celle de Romanèche, les différentes couches qui la constituent présentent dans leur composition chimique des différences très notables. Ce fait n'avait pas encore été observé.

» Dans les psilomélanes en général, le suroxyde de manganèse qu'elles contiennent ne se trouve pas à l'état de bioxyde, mais sous la forme de manganites manganeux compris entre $6(MnO^2)MnO$ et $8(MnO^2)MnO$.

» Les manganites dont sont formées les psilomélanes sont à bases multiples et variables : oxydes manganeux et barytique dans celle de Romanèche; oxydes de manganèse, de baryte, de chaux et de potasse dans celle de Thuringe; oxydes manganeux, barytique et sodique dans celle de Lorca.

» Toutes les psilomélanes sont hydratées. Enfin, on a constaté que, parmi ces manganites naturels, ceux qui sont le plus basiques ont une composition exprimée par la formule $3(MnO^2)RO$.

» L'examen des onze analyses de psilomélanes citées dans le *Traité de Minéralogie* de Dana amène à des conclusions qui s'éloignent bien peu des précédentes.

» Parmi les trois wads de l'École des Mines, il y en avait deux cristallisés, celui de provenance inconnue et l'échantillon de Romanèche. C'est un fait que l'on n'avait pas encore signalé. La petitesse des cristaux ne

---

([1]) *Bulletin de la Société chimique*, février 1890.

permettait pas de déterminer leur forme, mais il était facile de constater qu'ils agissaient franchement sur la lumière polarisée.

» Les wads, comme les psilomélanes, sont des manganites à bases multiples et variées; le suroxyde de manganèse qu'ils renferment n'y est pas non plus représenté par du bioxyde, mais par des manganites oscillant entre $7(MnO^2)MnO + 10(MnO^2)MnO$.

» Les deux wads cristallisés ont donné à l'analyse des résultats qui prouvent que leur composition est à peu près exactement exprimée par l'une des formules $3MnO^2RO + 3HO$ (wad x) ou $3(MnO^2)RO + HO$ (wad de Romanèche). Ils présentent donc, au point de vue chimique, la plus grande analogie avec les psilomélanes les plus basiques.

» L'affinité de l'acide manganeux pour les oxydes auxquels il se trouve combiné dans les psilomélanes et les wads est assez énergique; elle est mise en évidence par la difficulté que l'on éprouve à isoler cet acide en soumettant ces minéraux à l'action des acides étendus. Tous ces corps, finement pulvérisés, traités à trois reprises par l'acide azotique étendu de 4 volumes d'eau et bouillant, ne lui cèdent en effet qu'une partie souvent peu importante des bases qu'ils renferment. Tous lui abandonnent du protoxyde de manganèse et, fait remarquable, les wad et psilomélane de Romanèche, si riches en baryte, $\frac{17}{100}$, ne cèdent à ces traitements acides répétés que le dixième environ de cette base.

» Les wads et les psilomélanes sont donc de véritables manganites acides et hydratés dont les échantillons les mieux caractérisés et les plus riches en protoxyde présentent une composition représentée par la formule $3(MnO^2)RO + 1$ à $3HO$ [1]. »

ZOOLOGIE. — *Développement de l'*Halcampa chrysanthellum *d'après la disposition des cloisons* [2]. Note de M. **Faurot**, adressée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Les cloisons sont au nombre de vingt-quatre, dont douze grandes, disposées par paires, sont inégales dans presque toute leur étendue et fertiles dans leur partie supérieure seulement. Les douze autres sont petites, stériles et de dimensions toujours semblables dans toute leur lon-

(1) Paris, laboratoire de M. Friedel.

(2) Ce travail a été fait au laboratoire de Roscoff.

gueur. Ces dernières sont également disposées par paires dans les intervalles formés par les six grandes paires. Un peu au-dessus de l'extrémité inférieure de l'*Halcampa*, les douze grandes cloisons ne portent ni muscles longitudinaux, ni organes génitaux, ni *craspeda*. L'inégalité de leurs dimensions est en rapport avec le développement graduel des cloisons, c'est-à-dire que les cloisons les plus grandes, à ce niveau inférieur, seront les premières qui, plus haut, apparaîtront munies d'abord de *craspeda*, plus haut de muscles longitudinaux et enfin de cellules sexuelles. Ce n'est que dans le tiers supérieur environ que ces douze grandes cloisons acquerront leurs dimensions définitives et deviendront toutes égales.

» Quant aux six paires petites et stériles, l'égalité constante de leurs dimensions, du bas en haut de l'Actinie, fait que nous ne pouvons rien préjuger de l'ordre de leur apparition.

» *Développement des douze grandes cloisons.* — 1° Ainsi que dans l'*Actinia mesembryanthemum*, comme l'a montré le premier M. de Lacaze-Duthiers, les deux premières cloisons apparaissent dans un plan transversal par rapport au grand axe de la bouche, et divisent la cavité du corps en deux loges inégales.

» 2° Ces premières cloisons I et II, ainsi que les dix suivantes, apparaissent deux par deux, mais *pas simultanément*. Il y a un retard bien marqué dans l'accroissement d'une cloison par rapport à l'autre. Ce retard se produit constamment sur les cloisons d'un même côté de l'animal. Si, en effet, on oriente l'*Halcampa* de façon à ce que la petite loge formée par les deux premières cloisons soit en bas et, par conséquent, la grande loge en haut, toutes les cloisons du côté gauche ont un développement un peu plus rapide que les cloisons qui leur correspondent du côté droit. Il y a exception pour les deux paires de direction, pour lesquelles le phénomène inverse se produit.

» 3° La troisième et la quatrième cloison apparaissent dans la grande loge, la divisant en trois loges secondaires égales.

» 4° La cinquième et la sixième cloison apparaissent, à côté l'une de l'autre, à l'extrémité terminale de la petite loge primaire et forment la première paire de direction.

» 5° La septième et la huitième cloison apparaissent, à côté l'une de l'autre, à l'extrémité de la grande loge et forment la seconde paire de direction.

» 6° La neuvième et la dixième cloison apparaissent également dans la grande loge : la neuvième entre la première et la troisième ; la dixième entre la deuxième et la quatrième.

» 7° La onzième et la douzième cloison apparaissent dans la petite loge : la onzième entre la première et la sixième; la douzième entre la deuxième et la cinquième. »

ZOOLOGIE. — *Sur la structure de l'appareil excréteur de l'Écrevisse.* Note de M. **Paul Marchal**, adressée par M. de Lacaze-Duthiers.

« L'appareil excréteur des Crustacés et en particulier de l'Écrevisse a déjà été l'objet de nombreux travaux. Mais les auteurs ayant au sujet de sa structure les opinions les plus divergentes et ne donnant en général aucune démonstration sérieuse à l'appui de leur manière de voir, il en résulte que l'anatomie de cet organe reste entièrement problématique. L'auteur qui, de beaucoup, donne les résultats les plus conformes à la vérité est Wassiliew : malheureusement, son travail, écrit en russe, reste inintelligible pour beaucoup de savants, et, de plus, étant trop sommaire pour établir les faits d'une façon irréfutable, il a été entièrement contredit depuis peu par Szigethy et par Rawitz qui donnent chacun de la glande une description différente et, du reste, également fausse.

» Les travaux que j'ai entrepris sur ce sujet, parallèlement à des recherches analogues poursuivies au laboratoire de Roscoff sur les Crustacés marins, me permettent aujourd'hui de donner la topographie complète de l'appareil excréteur de l'Écrevisse. Les méthodes que j'ai employées et qui, jusqu'ici, n'avaient pas encore été appliquées à cette étude, seront exposées en détail dans un prochain Mémoire; nous ne consignerons ici que les principaux résultats obtenus.

» La glande verte de l'Écrevisse se compose, de l'avis de tous les auteurs, de trois parties distinctes : le saccule (substance jaune), la substance blanche et la substance verte ou corticale.

» 1° Le saccule n'est pas un simple sac traversé irrégulièrement et en tous sens par des brides vasculaires et des cloisons, de façon à transformer sa cavité en une sorte d'éponge, ainsi que l'ont avancé certains auteurs. Sa cavité est divisée en deux compartiments principaux par une cloison longitudinale et médiane; les autres cloisons sont disposées de telle sorte que le moule du système cavitaire du saccule, obtenu par une injection, représente exactement une glande en grappe, dont les deux lobes principaux sont déterminés par la grande cloison médiane. Cette disposition rappelle la structure du poumon de certains Reptiles. Chez les Brachyures,

le saccule se ramifie, et les ramifications, atteignant un développement énorme, s'enchevêtrent en tous sens dans le reste de la glande et donnent à cette dernière une structure très compliquée.

» 2° La substance verte, ou corticale, n'est pas un tube contourné et pelotonné sur lui-même (Grobben), ni un sac aplati (Wassiliew), mais un réseau glandulaire, formé de canaux anastomosés entre eux sur un plan unique, à mailles assez régulières et figurant, lorsqu'il est injecté, une sorte de filet extrêmement élégant. De ces canaux partent des diverticules renflés en ampoules, et qui constituent les vésicules de la substance verte.

» 3° La structure de la substance blanche répond à la description qu'en a donnée Wassiliew; les descriptions plus récentes de Szigethy et de Rawitz sont, au contraire, absolument fausses. La substance blanche est formée par un cordon unique et non double, comme le prétend Rawitz. Vers l'une de ses extrémités, celle qui est en rapport avec la substance verte, ce cordon devient transparent, et il est creusé d'une cavité à peu près cylindrique; il constitue donc en ce point un véritable tube; presque tout le reste est transformé en tissu spongieux par la formation de cloisons et de trabécules qui traversent la cavité en tous sens; ce n'est donc pas, à proprement parler, un tube, mais un cordon spongieux.

» Quant aux communications de ces différentes parties entre elles, elles sont, d'une façon générale, telles que Wassiliew les a établies, bien que cet auteur ait encore été sur ce point contredit par Szigethy et par Rawitz.

» Le saccule, formant le cul-de-sac terminal de tout le système, communique par un canal rétréci et très court avec le réseau glandulaire de la substance verte. Ce canal est visible sans préparation. Le cordon spongieux de la substance blanche communique par une de ses extrémités avec la vessie, et se continue d'autre part avec le réseau glandulaire de la substance verte, par l'intermédiaire du tube transparent contourné dont nous avons déjà parlé. Des injections m'ont permis de voir, d'une façon précise, le passage d'une substance à l'autre : le tube transparent, après avoir décrit plusieurs circonvolutions, s'élargit en se ramifiant, et les ramifications, s'anastomosant entre elles, constituent le réseau de la substance verte.

» En résumé, l'appareil excréteur de l'Écrevisse peut être considéré comme formé d'un sac cloisonné, la disposition des cloisons tendant à réaliser la structure d'une glande en grappe; d'un réseau glandulaire occupant toute la face inférieure de la glande; d'un tube transparent

contourné; d'un cordon spongieux large et blanc, pelotonné sur lui-même; d'une large vessie, et d'un canal excréteur débouchant au dehors à la base de l'antenne : ces différentes parties communiquant entre elles dans l'ordre où elles sont énumérées. »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Le mode d'union de la tige et de la racine chez les Gymnospermes*. Note de M. **P.-A. Dangeard**, présentée par M. Duchartre.

« Précédemment, j'ai établi la manière dont les diverses parties de la tige et de la racine s'unissent région à région ([1]); je me propose, dans cette Note, d'étudier au même point de vue les Gymnospermes.

» On sait que, chez les Gymnospermes, le nombre des cotylédons varie non seulement avec les genres et les espèces, mais encore dans certaines espèces avec les individus; il était nécessaire de voir quelle influence ce fait pouvait avoir sur l'insertion de la racine et sa structure.

» A. Lorsque le nombre des cotylédons est de *deux* (*Taxus baccata*, *Biota pendula*, *B. orientalis*, *Abies canadensis*, *Actinostrobus pyramidalis*, *Cupressus funebris*, etc.), il y a *deux* faisceaux ligneux à la racine alternant avec deux faisceaux libériens; l'insertion a lieu comme chez les Dicotylédones à cotylédons uninerviés ou penninerviés ([2]). On doit remarquer toutefois que la trace cotylédonnaire ligneuse ne se divise généralement que peu ou point pour l'insertion, contrairement à ce qui existe chez la plupart des Dicotylédones.

» Si, dans les mêmes espèces ou des espèces différentes, la plantule possède *trois* cotylédons, il y a *trois* faisceaux à la racine.

» Jusqu'ici, la racine se trouve orientée de telle manière que le plan vertical médian de chaque cotylédon passe par un faisceau ligneux de la racine : c'est le cas général rencontré chez les Dicotylédones.

» B. Lorsque le nombre des cotylédons est plus élevé, le nombre des faisceaux de la racine, au lieu d'être *égal* à celui des cotylédons, devient

---

([1]) *Comptes rendus*, 2e semestre 1888, et *Recherches sur le mode d'union de la tige et de la racine chez les Dicotylédones* (*Le Botaniste*, 1re série, p. 75-125, *Pl. IV, V*).

([2]) *Loc. cit.*, p. 120.

moitié moindre : si $2n$ est le nombre des cotylédons, n sera le nombre des faisceaux de la racine. En effet, chaque faisceau de la racine, soit libérien, soit ligneux, s'insère sur *deux* traces cotylédonnaires, ce qui peut être indiqué par le rapport $\frac{2n}{n}$.

» On aura normalement les rapports suivants : $\frac{6}{3}$ (*Larix europæa*, *Abies alba*, etc.); $\frac{8}{4}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{14}{7}$ (*Picea*, *Pinus Pinea*, *P. canadensis*, *P. Laricio*, *P. excelsa*, etc.); mais il y a de nombreuses exceptions. Elles sont dues :

» 1° A ce que l'une des traces cotylédonnaires se divise en deux pour donner insertion à un faisceau de la racine, les autres traces cotylédonnaires conservant la disposition ordinaire; ce fait correspond aux rapports $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{13}{7}$;

» 2° A ce que l'une des traces cotylédonnaires se réunit à une autre sans servir à l'insertion; ce cas correspond aux rapports $\frac{7}{3}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{11}{5}$, $\frac{13}{6}$, $\frac{15}{7}$.

» On voit que, dans le cas normal, la racine possède encore une orientation fixe; mais c'est à un intervalle entre cotylédons que correspond, dans un plan vertical, chaque faisceau ligneux.

» Ajoutons que, l'axe hypocotylé étant le siège d'un accroissement intercalaire considérable, accroissement qui n'est pas le même pour toutes les régions, il ne saurait y avoir de collet théorique. Bien plus, parmi les *éléments de raccord* appartenant soit au tissu conducteur, soit au tissu conjonctif, il n'est pas toujours possible de distinguer nettement ce qui doit être attribué à la racine et ce qui fait partie de l'axe hypocotylé. »

GÉOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Nouveau procédé de reproduction artificielle du platine ferrifère magnétipolaire*. Note de M. **Stanislas Meunier**.

« La conclusion générale d'une série de Communications que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, c'est que les types les plus fréquents de roches météoritiques se sont constitués, en dehors de tout phénomène de fusion, simplement par voie de concrétion, aux dépens de vapeurs réagissant les unes sur les autres. Cette doctrine, étayée à la fois sur des observations relatives à la structure intime des météorites et sur des expériences synthétiques ayant procuré la reproduction des principaux minéraux contenus dans les pierres tombées du ciel, s'étend dans ma pensée aux masses terrestres qui leur sont lithologiquement comparables, et avant tout aux roches péridotiques et pyroxéniques comme les dunites, les do-

lérites à fer natif et les brèches qui font la gangue du platine natif dans l'Oural, à la Nouvelle-Zélande et à Bornéo.

» A l'égard de ces dernières roches, dont M. Daubrée s'est attaché à démontrer les analogies avec les météorites ([1]), je me crois aujourd'hui en possession d'arguments nouveaux, concordant avec ceux que j'ai déjà fait valoir pour témoigner en faveur de l'origine par concrétion, opposée à la production par fusion. Il s'agit d'une synthèse, qui paraît complètement satisfaisante, de l'alliage singulier auquel Breithaupt proposait d'appliquer la dénomination d'*Eisenplatin* et qui, renfermant de 12 à 19 pour 100 de fer, joint à l'inaltérabilité du platine les propriétés magnétiques du fer.

» Je rappellerai d'abord qu'Henri Sainte-Claire Deville et Debray ([2]), puis M. Daubrée ([3]), ont obtenu par fusion des alliages de fer et de platine renfermant les deux composants dans la proportion voulue et possédant les caractères physiques dont il s'agit. Mais on conçoit avec quel intérêt je devais tenter la même synthèse, en opérant par condensation de vapeurs, c'est-à-dire par le même procédé qui m'a fourni déjà le pyroxène magnésien, le péridot et tous les alliages météoritiques de fer et de nickel. Il ne faut pas perdre de vue, à cet égard, que le platine est disposé dans les roches qui le renferment comme les minéraux métalliques dans les météorites, c'est-à-dire en granules ramuleux dans les interstices des éléments lithoïdes. Or, l'exceptionnelle infusibilité du platine rend tout particulièrement difficile de comprendre une semblable association par voie de fusion : si l'on fondait la roche, il est évident que les silicates seraient liquéfiés bien avant tout commencement de ramollissement des granules métalliques, et si le tout était enfin fondu, le refroidissement donnerait d'abord des sphérules de métal autour desquelles se solidifieraient les substances pierreuses, ce qui est manifestement l'inverse de ce que présente la nature.

» La question était donc de savoir si le chlorure de platine et le chlorure de fer étant simultanément réduits par l'hydrogène à une température extrêmement inférieure à celle de la fusion de ces métaux, ceux-ci contracteraient ensemble une combinaison du genre de l'*Eisenplatin*. Déjà Boussingault, il y a de longues années, a préparé par une méthode ana-

---

([1]) Daubrée, *Géologie expérimentale*, p. 553; 1879.

([2]) Deville et Debray, *Comptes rendus*, t. LIV, p. 1139; 1862.

([3]) Daubrée, *Géologie expérimentale*, p. 119.

logue une matière renfermant du platine et du fer ([1]); mais celle-ci, noire, pulvérulente et pyrophorique, n'a aucun rapport avec le minéral naturel, et ce précédent aurait pu faire *a priori* douter du succès de l'entreprise.

» Les choses étant disposées à peu près comme pour la préparation synthétique de la tænite, de la kamacite et des autres alliages météoritiques ([2]), j'ai soumis un mélange de 5 parties de bichlorure de platine et de 1 partie de protochlorure de fer à l'hydrogène pur et sec dans un tube de porcelaine, simplement chauffé au rouge par un feu de charbon de bois. Quand tout dégagement d'acide chlorhydrique eut cessé, on laissa l'appareil refroidir lentement et l'on en retira une substance métallique, tuberculeuse, ayant l'éclat et la couleur du platine, cohérente et se brisant en fragments irréguliers : de toutes parts, au microscope, on y voit des facettes cristallines, octaédriques ou cubiques, de très faibles dimensions.

» Loin d'être pyrophorique, comme le produit de Boussingault, cette substance résiste, sans altération aucune, soit à l'acide chlorhydrique, soit à l'acide azotique bouillants. En même temps elle est faiblement, mais très nettement magnétique et, ce qui achève sa ressemblance avec l'*Eisenplatin*, certains de ses grains présentent des pôles, dont les uns sont attirés et les autres repoussés par la même extrémité du barreau aimanté.

» Dans des expériences où le courant de gaz réducteur avait été trop rapide, il s'est fait en quelques parties du tube une séparation des chlorures qui sont inégalement volatils : tels points contenaient du platine sensiblement dépourvu de fer, et tels autres de petits grains noirs de fer à peu près pur. C'est la reproduction d'un fait naturel : maintes pépites de platine ne contiennent pas de métal magnétique, et les oxydations ultérieures, concomitantes à la serpentinisation, ont transformé le fer natif en fer oxydulé.

» Il est d'ailleurs bien facile de produire l'alliage de fer et de platine sous la forme de squelette métallique, cimentant ensemble des grains pierreux, péridotiques ou autres, exactement comme on obtient les alliages de fer nickelé avec la situation qu'ils ont dans les syssidères; par conséquent, les traits essentiels du gisement du platine au sein des roches magnésiennes sont imités, en même temps que l'ensemble des caractères physiques et chimiques de cette très intéressante espèce minérale. »

([1]) Boussingault, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. LIII, p. 441.

([2]) Stanislas Meunier, *Savants étrangers*, t. XXVII, n° 5.

GÉODÉSIE ET GÉOGRAPHIE. — *Carte hypsométrique de la Russie d'Europe.* Note de M. **Alexis de Tillo**, présentée par M. Daubrée.

« Cette Carte est à l'échelle de $\frac{1}{2520000}$ et représente les résultats de tous mes travaux hypsométriques, qui ont duré quinze ans.

» Toutes les altitudes connues, au nombre total de 51385 points, ont été inscrites sur les feuilles de la grande Carte de Russie au $\frac{1}{420000}$, et c'est sur ces feuilles, au nombre de 82, que j'ai construit le réseau des lignes équidistantes qui déterminent les variations du relief du sol. Puis, je les ai réduites à une échelle six fois moindre, c'est-à-dire au $\frac{1}{2520000}$.

» Les limites de la Carte sont comprises entre 47° et 60° de latitude nord. Les parties septentrionales de la Russie d'Europe ont été exclues à défaut de données hypsométriques suffisantes, et le Caucase, qui possède sa propre Carte orographique et en relief, a aussi été laissé hors du cadre, parce que l'introduction du massif caucasien aurait fait diminuer le nombre des teintes dans les parties des plaines, ce qui aurait rendu impossible l'expression du relief du centre de la Russie d'Europe, but principal de mon travail.

» Le principe fondamental des teintes de la Carte est celui-ci :

» La hauteur moyenne de la Russie d'Europe étant près de 170^m, j'ai choisi le niveau de 170^m comme limite des terres basses et des terres hautes. Les premières sont coloriées en vert (5 teintes), les secondes en bistre (12 teintes). Les teintes deviennent de plus en plus intenses en descendant et en montant à partir de la ligne de niveau de 170^m qui a servi de base générale.

» Les lignes équidistantes sont tracées, jusqu'à la hauteur absolue de 700^m, de 10^m en 10^m et, pour les parties plus élevées, de 100^m en 100^m (approximativement, puisque les hauteurs de la Carte sont exprimées en sagènes).

» Sur les marges, j'ai rappelé les documents dont je me suis servi pour la construction de la Carte; en outre, deux brochures expliquent : l'une la valeur scientifique des diverses sources et la méthode suivie; l'autre présente les principaux résultats orographiques, que je vais énoncer succinctement.

» Les plaines de la Russie d'Europe comprises entre les Carpathes et les monts Oural ne sont pas divisées, comme on l'a généralement admis

jusqu'à aujourd'hui, par des rangées de hauteurs allant de l'ouest à l'est et nommées *hauteurs carpatho-ouraliennes* et *ouralo-baltiques*.

» Tout au contraire, la Russie d'Europe est partagée par deux rangées de hauteurs de faible élévation, ayant approximativement une direction nord-sud. L'une commence aux monts Valdaï et finit aux bords de la mer d'Azof, l'autre borde les rives droites du Volga, de Nishnij et Kasan jusqu'à Tzaritzyn, ayant pour prolongation les hauteurs Ergheni. La première rangée a plus de 1300^{km} et la seconde plus de 1100^{km} de long du nord au sud. Les hauteurs qui commencent aux monts Valdaï et qui aboutissent à la mer d'Azof ont été nommées par moi *hauteurs du centre de la Russie d'Europe* ou *hauteurs centrales de la Russie d'Europe*. »

La séance est levée à 4 heures et demie. **M. B.**

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 27 janvier 1890.

Annuaire pour l'an 1890, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1 vol. in-18. (Présenté par M. Faye.)

Annuaire de l'Observatoire royal de Bruxelles; par F. Folie. 1890, 57e année. Bruxelles, F. Hayez, 1890; 1 vol. in-16.

Application définitive des principes du Système métrique décimal aux questions concernant la mesure des angles; — la mesure du temps et le calendrier, etc.; *par* L. Bailly. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1889; br. in-8°. (Deux exemplaires.)

Exposition internationale de 1889. — *Travaux de la station agronomique de l'École d'Agriculture de Grignon; par* M. P.-P. Dehérain. Paris, G. Masson, 1889; br. gr. in-8°.

Les végétaux utiles de l'Afrique tropicale. — III. *Le Maloukang ou Ankalaki de la côte occidentale d'Afrique* (Polygala butyracea *E. Heckel*); br. gr. in-8°. (Extrait du *Bulletin de la Société de Géographie de Marseille*.)

Traité d'Anatomie comparée pratique; par Carl Vogt *et* Émile Yung. 16e livraison. Paris, C. Reinwald; br. gr. in-8°. (Présenté par M. de Quatrefages.)

Expériences sur la régénération des os; par Michel Troja. Traduction d'après le texte latin par A. Védrènes. Paris, Félix Alcan, 1890; 1 vol. in-12. (Présenté par M. le baron Larrey.)

The diurnal variation of terrestrial magnetism, by Arthur Schuster (*Philosophical Transactions of the royal Society of London*). 1889; br. in-4°.

On the total solar eclipse of august 29, 1886, *by* L. Darwin, Arthur Schuster *and* Walter Maunder (*Philosophical Transactions of the royal Society of London*). 1889; br. in-4°.

Records of the geological Survey of India. Vol. XXII, part 4. 1889; 1 vol. gr. in-8°.

The Journal of the College of Science, Imperial University, Japan. Vol. III., part III. Published by the University, Tokyo, Japan, 1889; br. in-4°.

Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Main. 1889. Frankfurt A. M., Druck von Gebrüder Knauer, 1889; 1 vol. gr. in-8°. (Deux exemplaires.)

Acta Societatis Scientiarum Fennicæ. — Tomus XVI. Helsingforsiæ, MDCCCLXXXVIII; 1 vol. in-4°.

Ofversigt af finska vetenskaps-Societetens Förhandlingar. XXX, 1887-1888. Helsingfors, 1888; 1 vol. in-8°.

Memoirs and Proceedings of the Manchester literary and philosophical Society. Second volume. Manchester, 1889; 1 vol. in-8°.

Jahrbücher der K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Officielle Publication. Jahrgang 1887, neue Folge. XXIV. Band. Der ganzen Reihe XXXII. Band. Wien, Wilhelm Braumueller, 1888; 1 vol. in-4°.

Publications périodiques.

Revue d'Orthopédie. — L'art dentaire. — Annales médico-psychologiques. — Bulletin de la Société zoologique de France. — Annales des conducteurs des Ponts et Chaussées et des gardes-mines. — Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie. — Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino. — Boletin mensual de estadistica municipal de la ciudad de Buenos Aires.

Ouvrages reçus dans la séance du 3 février 1890.

Leçons sur l'Électricité faites à la Sorbonne en 1888-1889; *par* H. Pellat. Paris, Georges Carré, 1890; 1 vol. gr. in-8°.

Journal de Physique, Chimie et Histoire naturelle élémentaires, publié sous

la direction de M. Abel Buguet. Tomes I, II, III et IV. Paris, Ch. Delagrave, 1886-1889; 4 vol. in-8°. (Présenté par M. Picard.)

Carte hypsométrique de la Russie d'Europe; par le général Alexis de Tillo; 1889. (Présentée par M. Daubrée.)

Carte de Madagascar; par E. Laillet *et* L. Suberbie. Paris, Chalamel et Cie; 1889. — *Essai sur la cartographie de Madagascar; par* M. de Bassilan. Paris, Augustin Chalamel, 1890; br. in-8°. (Renvoi au concours du prix Delalande-Guérineau.)

Atlas orogéologique du Doubs; par Georges Boyer. Paris, Berthaud frères, 1888; in-4°.

Association française pour l'avancement des Sciences. — Conférences de Paris. — Compte rendu de la 18e session. — Première Partie. *Documents officiels. — Procès-verbaux.* Paris, G. Masson, 1889; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Cornu.)

Mémorial de l'Artillerie de la Marine. Texte et Planches. Tome XVII. Troisième et dernière livraison de 1889. Paris, L. Baudoin et Cie, 1889; 1 vol. in-8°.

Aide-Mémoire d'Artillerie navale. Texte et Planches. Paris, L. Baudoin et Cie, 1889; br. in-8° et un Atlas in-f°.

Les Anglais et les Hollandais dans les mers polaires et dans la mer des Indes; par le vice-amiral Jurien de la Gravière. Paris, E. Plon, Nourrit et Cie, 1890; 2 vol. in-18. (Présenté par M. Bertrand.)

Traité des maladies du testicule et de ses annexes; par Ch. Monod *et* O. Terrillon. Paris, G. Masson, 1889; 1 vol. gr. in-8°. (Deux exemplaires.) (Renvoyé au concours du prix Godard.)

Mémoires et Bulletins de la Société de Médecine et de Chirurgie de Bordeaux. 1er et 2e fasc., 1889. Paris, G. Masson. Bordeaux, Feret et Fils, 1889; 1 vol. gr. in-8°.